

если плотность воды  $1000 \text{ кг/м}^3$ , а плотность вещества, из которого сделано тело,  $200 \text{ кг/м}^3$ .

3(9, 10). Найдите сумму остатков от деления числа 126450747 на 2, 3, 4, 5, 9, 10, 25.

4(9, 10). При охлаждении 2 кг воды выделилось 750 кДж тепла. При этом половина воды превратилась в лед. Какой была начальная температура воды? Удельная теплота плавления льда  $330 \text{ кДж/кг}$ .

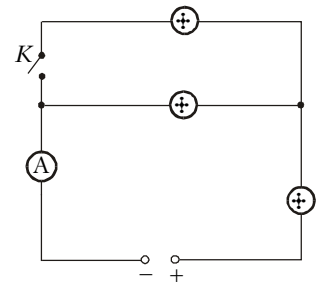
5(9, 10, 11). Найдите сумму целых решений неравенства

$$\frac{1}{x^2 + 5x + 4} \leq \frac{8x + 27}{(x^2 + 8x + 16)(x^2 + 7x + 6)}.$$

6(9, 10, 11). Из Москвы в одном направлении с интервалом 10 мин выехали два поезда со скоростью  $36 \text{ км/ч}$  каждый. С какой скоростью двигался встречный поезд, если он повстречал второй поезд через 4 мин после первого?

7(10, 11). В треугольнике две медианы взаимно перпендикулярны и равны  $a$  и  $b$ . Найдите площадь треугольника.

8(10, 11). Три лампы включены в сеть с напряжением  $220 \text{ В}$  по схеме, изображенной на рисунке. Все лампы одинаковой мощности и рассчитаны на напряжение  $220 \text{ В}$ . Во сколько раз изменится показание амперметра, если замкнуть ключ  $K$ ?



9(11). Найдите значение  $a$ , при котором график функции

$$y = x^2 - 2(a - 1)x + (2a + 1)$$

пересечет положительную полуось  $Ox$  в двух точках.

10(11). Когда из баллона выпустили некоторое количество газа, давление в нем уменьшилось в 10 раз, а абсолютная температура уменьшилась в 2,5 раза. Какая часть газа осталась в баллоне?

## Н А М П И Ш У Т

### Можно решить проще и красивее

Всегда с большим нетерпением жду появления журнала «Квант» в своем почтовом ящике и внимательно читаю публикуемые в нем материалы по математике. В шестом номере журнала за 2002 год приведено решение задачи М1818 из «Задачника «Кванта». Мне удалось найти красивое решение этой задачи, существенно более простое, чем в журнале.

**Задача М1818.** Докажите неравенство

$$\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} > 2,$$

где  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $c > 0$ .

Обозначив  $a + b + c = S$ , имеем

$$\sqrt{\frac{a}{b+c}} = \frac{a}{\sqrt{a(S-a)}} \geq \frac{2a}{S},$$

### Вспышка лампочки

Щелчок выключателя – и комната озаряется светом. Интересно оценить время  $\tau$  нагрева нити накала лампочки от комнатной температуры до белого каления. Сделаем это, исходя из следующих соображений.

За время  $\tau$  электрический ток выделит количество теплоты  $U^2\tau/\bar{R}$ , а для нагрева нити необходимо тепло  $cm(t_2 - t_1)$ . Отсюда получаем

$$\frac{U^2}{\bar{R}} \tau \sim cm(t_2 - t_1).$$

Здесь  $U = 220 \text{ В}$  – действующее напряжение сети,  $c = 154 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{°C)}$  – удельная теплоемкость вольфрама при  $1000 \text{ °C}$ ,  $t_1 = 20 \text{ °C}$  – комнатная температура,  $t_2 = 2200 \text{ °C}$  – рабочая температура нити,  $m$  – ее масса,  $\bar{R}$  – среднее значение сопротивления нити в указанном диапазоне температур. Положим

$$\bar{R} = \rho \frac{l}{S} \left(1 + \frac{\alpha t_2}{2}\right),$$

причем равенство достигается лишь при  $a = \frac{S}{2}$ . Аналогично,

$$\sqrt{\frac{b}{c+a}} \geq \frac{2b}{S} \text{ и } \sqrt{\frac{c}{a+b}} \geq \frac{2c}{S}.$$

Сложив эти три неравенства, получим

$$\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} \geq 2.$$

Осталось заметить, что последнее неравенство на самом деле всегда строгое, ибо случай  $a = b = c = \frac{S}{2}$  невозможен.

А.Петров

где  $\rho = 5,5 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$  – удельное сопротивление вольфрама,  $\alpha = 0,0048 \text{ 1/°C}$  – его температурный коэффициент сопротивления,  $S$  – площадь поперечного сечения и  $l$  – длина нити накала. Кроме того,

$$m = d l S,$$

где  $d = 19350 \text{ кг/м}^3$  – плотность вольфрама. Приходим к расчетной формуле

$$\tau \sim \frac{cdl^2\rho(1 + \alpha t_2/2)(t_2 - t_1)}{U^2}.$$

Заметим, что площадь сечения нити  $S$  сократилась и не влияет на результат. А типичную длину нити нам удалось найти в одном из задачников:  $l = 0,05 \text{ м}$ . Тогда расчет дает

$$\tau \sim 10^{-4} \text{ с}.$$

Глаз, конечно, среагировать не успевает, и нагрев нити кажется мгновенной вспышкой.

В.Дроздов