

LXV Московская математическая олимпиада

Математический праздник

6 класс

1. Решите ребус $BAO \cdot BA \cdot B = 2002$.

А.Блинков, А.Хачатурян

2. Незнайка разрезал фигуру (рис.1) на трехклеточные и четырехклеточные уголки, нарисованные справа от нее. Сколько трехклеточных уголков могло получиться?

А.Митягин

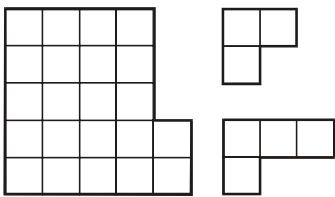


Рис. 1

3. На доске были написаны 10 последовательных натуральных чисел. Когда стерли одно из них, то сумма девяти оставшихся оказалась равна 2002. Какие числа остались на доске?

В.Произволов

4. Художник-авангардист Змий Клеточкин покрасил несколько клеток доски размером 7×7 , соблюдая правило: каждая следующая закрашиваемая клетка должна соседствовать по стороне с предыдущей закрашенной клеткой, но не должна – ни с одной другой ранее закрашенной клеткой. Ему удалось покрасить 31 клетку (рис.2). Побейте его рекорд – закрасьте 33 клетки!

И.Акулич

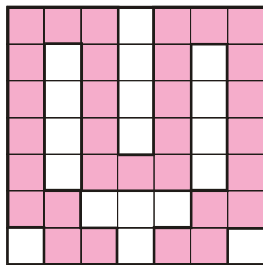


Рис. 2

5. Илье Муромцу, Добрыне Никитичу и Алеше Поповичу за верную службу дали 6 монет: 3 золотые и 3 серебряные. Каждому досталось по две монеты. Илья Муромец не знает, какие монеты достались Добрыне, а какие Алеше, но знает, какие монеты достались ему самому. Придумайте вопрос, на который Илья Муромец ответит «да», «нет» или «не знаю» и по ответу на который вы сможете понять, какие монеты ему достались.

А.Чеботарев

6. Айрат выписал подряд все числа месяца:

12345678910111213...

и покрасил дни рождения троих своих друзей. Оказалось, что никакие два дня рождения не идут подряд и все непокрашенные промежутки состоят из одинакового количества цифр. Докажите, что первое число месяца покрашено.

И.Григорьева

7 класс

1. 2002 – год-палиндром, т.е. одинаково читается слева направо и справа налево. Предыдущий год-палиндром был 11 лет назад (1991). Какое максимальное число годов-непалиндромов идут подряд между 1000 и 9999 годами?

Г.Гальперин, Д.Григоренко

2. См. задачу 2 для 6 класса.

3. В написанном на доске примере на умножение хулиган исправил две цифры. Получилось $4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 = 2247$. Восстановите исходный пример.

И.Яценко

4. При помощи пластмассового угольника с углами 30° , 60° и 90° постройте угол величиной 15° .

М.Панов

5. Художник-авангардист Змий Клеточкин покрасил несколько клеток доски размером 8×8 , соблюдая правило: каждая следующая закрашиваемая клетка должна соседствовать по стороне с предыдущей закрашенной клеткой, но не должна – ни с одной другой ранее закрашенной клеткой. Ему удалось покрасить 36 клеток (рис.3). Побейте его рекорд – закрасьте 42 клетки!

И.Акулич

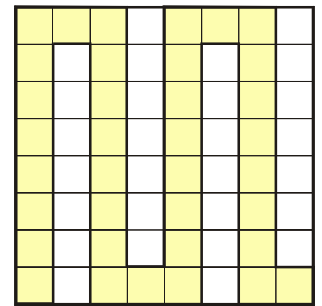


Рис. 3

6. В шахматном турнире на звание мастера спорта участвовали 12 человек. Каждый сыграл с каждым одну партию. За победу в партии дают одно очко, за ничью – пол-очка, а за поражение – ноль очков. По итогам турнира звание мастера спорта присвоили тем участникам, которые набрали более 70% от числа очков, получаемых в случае выигрыша всех партий. Могли ли стать мастерами спорта а) 7; б) 8 участников?

Е.Иванова

Избранные задачи для старших классов¹

1. Дана окружность с диаметром AB . Другая окружность с центром в точке A пересекает отрезок AB в точке C , причем $AC < \frac{1}{2} AB$. Общая касательная двух окружностей касается первой окружности в точке D . Докажите, что прямая CD перпендикулярна AB . (8)

А.Заславский

2. Двое игроков по очереди выставляют на доску 65×65 по одной шашке. При этом ни в одной горизонтали или вертикали не должно быть больше двух шашек. Кто не может сделать ход – проиграл. Кто выиграет при правильной игре? (8)

А.Бучин

3. В треугольнике ABC медианы AD и BE пересекаются в точке M . Докажите, что если угол AMB а) прямой; б) острый, то $AC + BC > 3AB$. (8)

И.Богданов

¹ В скобках после условия задачи указан класс, в котором она предлагалась.