

Институт криптографии, связи и информатики
Академии ФСБ РФ

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

(факультеты прикладной математики и информационной безопасности)

1. Найдите все значения x , при которых определены три числа: $-3 - \sqrt{5 - x}$; $|x - 2| - 4$; $-2x - 3$, и наибольшее из этих чисел отрицательно.
2. Решите уравнение
$$2 - \sqrt{3} \cos 2x + \sin 2x = 4 \cos^2 3x.$$
3. Первый член арифметической прогрессии равен b , а ее разность равна 5. Найдите все значения параметра b , при которых сумма первых n членов этой прогрессии достигает своего минимального значения при $n = 30$.
4. В треугольнике ABC угол B равен 45° . Из основания K биссектрисы CK проведены перпендикуляры KM и KN к сторонам AC и BC соответственно. Найдите отношение длин сторон AB и AC , если $CN = MN$.
5. Какое из двух чисел больше:

$$3 \log_3 13 \text{ или } \sqrt{9 \log_3 13 + 28} ?$$

Ответ обоснуйте. Таблицами и калькулятором пользоваться не разрешается.

6. Решите неравенство

$$\left| x - 4^{1+\sqrt{3-x}} \right| \leq \frac{5}{3} x - 4 \cdot 4^{\sqrt{3-x}}.$$

Вариант 2

(факультеты специальной техники и информационной безопасности)

1. Число 28 представлено в виде суммы двух слагаемых a , b так, что сумма $a^3 + b^3$ минимальна. Найдите a , b .
2. Сколько различных корней имеет уравнение $\sin 3x - \sin 7x = 0$ на отрезке $x \in [0; 2\pi]$?
3. Решите уравнение

$$\frac{6}{(x+1)(x+2)} + \frac{8}{(x+4)(x-1)} = 1.$$

4. Решите неравенство $\log_{1/\sqrt{5}} \log_4(x^2 - 2x - 4) > 0$.
5. Машина выезжает из пункта A в пункт B и, доехав до B , тут же поворачивает обратно. Через 5 часов после выезда машина была в 80 км от B , а еще через час – в 160 км от A . Известно, что на весь путь туда и обратно машина затратила не более 15 часов. Найдите расстояние от A до B .
6. Основание треугольника делится высотой на отрезки 36 см и 14 см. Перпендикулярно к основанию проведена прямая, делящая треугольник на две равновеликие части. На какие отрезки эта прямая делит основание треугольника?

ФИЗИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

(факультеты специальной техники и информационной безопасности)

1. Тело брошено с высоты H над поверхностью земли горизонтально со скоростью v_0 . Найдите дальности L полета тела.

2. Пуля летит горизонтально со скоростью v_0 , пробивает лежащую на горизонтальной поверхности стола коробку и вылетает в том же направлении со скоростью $v_0/3$. Масса коробки в пять раз больше массы пули. Коэффициент трения скольжения между коробкой и столом μ . 1) Найдите скорость v коробки сразу после вылета из нее пули. 2). На какое расстояние s продвинется коробка? Время взаимодействия пули и коробки мало.

3. В схеме, изображенной на рисунке 1, известны сопротивления резисторов R_1 и R_2 , емкость конденсатора C , ЭДС E батареи с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением. Первоначально ключ K находится в положении 1, по цепи течет постоянный ток. Какое количество теплоты Q_2 выделится на резисторе сопротивлением R_2 после переключения ключа из положения 1 в положение 2? Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

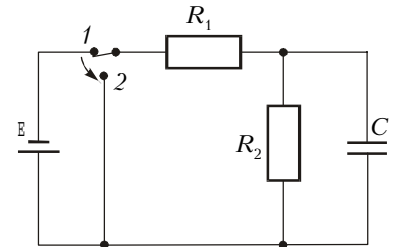


Рис. 1

4. Запаянную пробирку с газом охладили до температуры $T = 283$ К. Давление при этом упало до 70% первоначального давления. Найдите начальную температуру T_0 газа. Изменением объема пробирки пренебречь.

5. Солнечный луч, проходящий через отверстие в ставне, составляет с горизонтальной поверхностью стола угол $\alpha = 48^\circ$. Под какими углами β к поверхности стола можно расположить плоское зеркало, чтобы изменить направление луча на горизонтальное? Ответ поясните рисунком.

Вариант 2

(факультеты прикладной математики и информационной безопасности)

1. Вагон шириной d , движущийся прямолинейно со скоростью v , был пробит пулей, двигавшейся все время перпендикулярно плоскости движения вагона. Смещение отверстия в стенках вагона относительно друг друга равно l . Определите скорость v_1 движения пули.

2. Груз, подвешенный на легкой нерастяжимой нити, свободного вращения в вертикальной плоскости. В верхней точке окружности скорость груза равна v . Сила натяжения нити в нижней точке окружности в n раз превышает силу натяжения нити в верхней точке окружности. Определите длину нити L .

3. В однородное магнитное поле с индукцией \vec{B} помещено проволочное кольцо радиусом a , ось которого совпадает с направлением магнитного поля (рис.2). От центра к кольцу отходят два одинаковых проводящих стержня, имеющих электрический контакт между собой и кольцом. Один стержень неподвижен, а другой равномерно вращается с угловой скоростью ω вокруг оси кольца. За один полный оборот стержня по нему протекает заряд Q . Найдите: 1) суммарное электрическое сопротивление R стержней; 2) тепловую мощность P , выделяющуюся в цепи в процессе вращения. Сопротивлением кольца пренебречь.

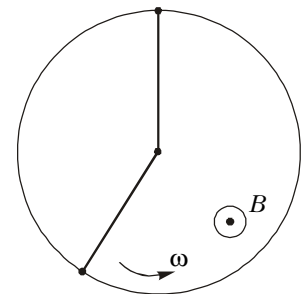


Рис. 2