

# Материалы вступительных экзаменов 1998 года

**МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**

## МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

### Вариант 1

1. Решите уравнение

$$\frac{\cos 3x}{|\cos x|} + \frac{2 \cos x}{\cos 3x} = -1.$$

2. Решите неравенство

$$\sqrt{3x^2 - 8x - 3} > \frac{1 - 2x}{3}.$$

3. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  из вершины прямого угла  $C$  проведена медиана  $CD$ . В треугольник  $B CD$  вписана окружность, а около треугольника  $ACD$  описана окружность. Найдите расстояние между центрами этих окружностей, если  $BC = 3$ , а радиус описанной около треугольника  $ABC$  окружности равен  $\frac{5}{2}$ .

4. Фигура  $M$  на плоскости  $(x, y)$  ограничена графиками функций  $y = 9e^{-ax}$  и  $y = 15 - 4e^{ax}$  и имеет единственную общую точку с прямой  $y = -18x + 9$ . Найдите  $a$  и площадь фигуры  $M$ .

5. Правильная треугольная призма  $ABC_1A_1B_1C_1$  пересечена плоскостью, проходящей через середины ребер  $AB$ ,  $A_1C_1$ ,  $BB_1$ . Постройте сечение призмы, найдите площадь сечения и вычислите угол между плоскостью основания  $ABC$  и плоскостью сечения, если сторона основания равна 2, а высота призмы равна  $\frac{\sqrt{7}}{7}$ .

6. Найдите все пары целых чисел  $x, y$ , при которых является верным равенство

$$x^3 - xy - 7x + 2y + 23 = 0.$$

### Вариант 2

1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_2(x^2y + 2xy^2) - \log_1\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{y}\right) = 4, \\ \log_5\left|\frac{xy}{6}\right| = 0. \end{cases}$$

2. Решите неравенство

$$\sqrt[4]{\frac{5 + 3 \cos 4x}{8}} > -\sin x.$$

3. Сторона ромба  $ABCD$  равна 6. Расстояние между центрами окружностей, описанных около треугольников  $ABC$  и  $B CD$ , равно 8. Найдите радиусы этих окружностей.

4. Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $\sin x = (4a - 2)^2$  имеет корни, а числа  $\frac{1 - 4a}{27a^4}$  являются целыми.

5. Две противоположные боковые грани четырехугольной пирамиды  $SABCD$  перпендикулярны основанию, высота пирамиды равна  $\sqrt{5}$ . В основании пирамиды лежит равнобедренная трапеция  $ABCD$  ( $AD = BC$ ), описанная около окружности и такая, что  $AB = 6$ ,  $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$ . Найдите расстояние от точки  $D$  до плоскости  $SAB$ .

Внутри пирамиды расположен конус так, что окружность его основания вписана в треугольник  $SCD$ , а вершина принадлежит грани  $SAB$ . Найдите объем конуса.

6. График функции  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ ,  $c < 0$ , пересекает ось ординат в точке  $A$  и имеет ровно две общие точки  $M$  и  $N$  с осью абсцисс. Прямая, касающаяся этого графика в точке  $M$ , проходит через точку  $A$ . Найдите  $a, b, c$ , если площадь треугольника  $AMN$  равна 1.

## ФИЗИКА

Письменный экзамен

### Вариант 1

1. К концам троса, перекинутого через блок, привязаны бруски с массами  $m$  и  $M = 4m$ , находящиеся на гладкой наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha = 30^\circ$  (рис.1). При каком минимальном значении коэффициен-

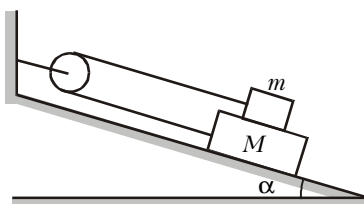


Рис. 1

та трения между брусками они будут покоиться?

2. «Тройник» из трех вертикальных открытых в атмосферу трубок полностью заполнен водой (рис.2). После того как тройник стали двигать в гори-

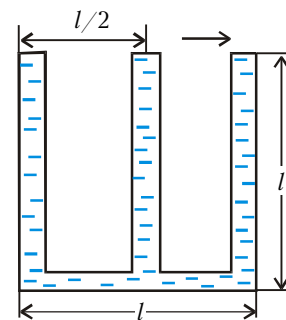


Рис. 2

зонтальном направлении (в плоскости рисунка) с некоторым ускорением, из него вылилось  $9/32$  всей массы содержавшейся в нем воды. Чему равна величина ускорения  $a$ ? Внутренние сечения трубок одинаковы, длины трубок равны  $l$ . Внутренний диаметр трубок мал по сравнению с их длиной.

3. Моль гелия совершает работу величиной  $A$  в замкнутом цикле (рис.3),

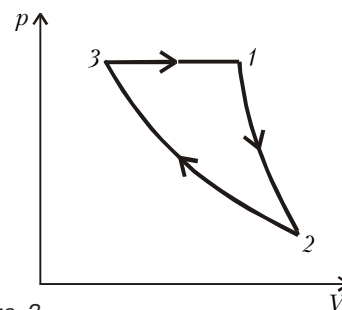


Рис. 3

состоящем из адиабаты  $1-2$ , изотермы  $2-3$ , изобары  $3-1$ . Найдите величину работы, совершенной в изотермическом процессе, если разность максимальной и минимальной температур газа в цикле равна  $\Delta T$ .

4. В электрической схеме, параметры которой указаны на рисунке 4, в начальный момент ключи  $K_1$  и  $K_2$  разомкнуты. Вначале замыкают ключ  $K_1$ . Когда ток через катушку индуктивности достигает значения  $I_0$ , замыкают ключ  $K_2$ . Определите: 1) напряжение на катушке индуктивности сразу после