

ширина пересечения $F \cap F'$ не меньше чем $\omega - |\vec{v}|$.

В частности, если $\omega > |\vec{v}|$, то пересечение $F \cap F'$ не пусто.

Доказательство. Рассмотрим хорды фигуры F , параллельные вектору \vec{v} . Наибольшая из них KM обладает, как сказано в предыдущем разделе, тем свойством, что через ее концы можно провести параллельные опорные прямые k и m (рис.47).

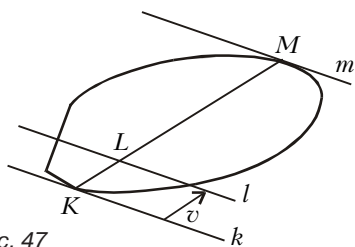


Рис. 47

Обозначим буквой L точку пересечения с отрезком KM прямой l , которая получается из опорной прямой k параллельным переносом на вектор \vec{v} . Рассмотрим фигуру $\tilde{F} = H_M^{LM/KM}(F)$. Она содержится в F (рис.48). Та же самая фигура \tilde{F}

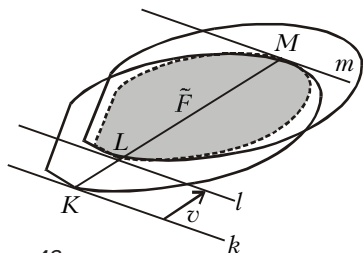


Рис. 48

есть образ фигуры F' при гомететии с центром L и тем же коэффициентом LM/KM . (Это видно из

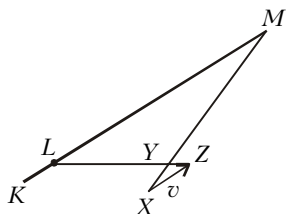


Рис. 49

подобия треугольников MYL и XYZ на рисунке 49, где Z — образ точки X при сдвиге на \vec{v} .) Следовательно, \tilde{F} содержится не только в F , но и в F' , а значит — в пересечении $F \cap F'$. Ширина фигуры \tilde{F} — гомететичного образа фигуры F — равна ширине ω фигуры F , умноженной на коэффициент гомететии $(KM - |\vec{v}|)/KM$.

Упражнение 32. Проверив неравенство $\omega - \omega \frac{|\vec{v}|}{KM} \geq \omega - |\vec{v}|$, завершите доказательство леммы.

Остовы

При доказательстве леммы Банга мы будем следить не за всеми точками многоугольника, а только за верши-

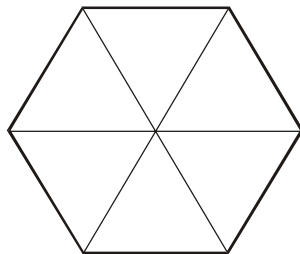


Рис. 50

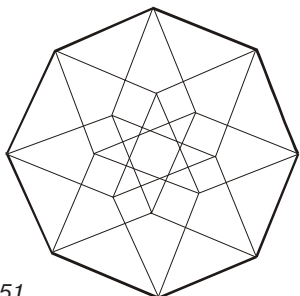


Рис. 51

нами его остова. На рисунках 50, 51 и 52 изображены остовы правильных шести-, восьми- и десятиугольника.

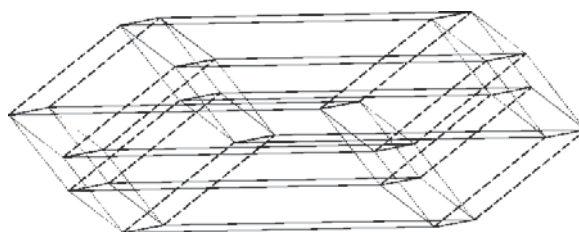


Рис. 52

Центрально-симметричные многоугольники

Точное определение остова мы дадим чуть позже, а пока взгляните на рисунок 53. На нем изображены центрально-симметричные многоугольники — четырехугольник (параллело-

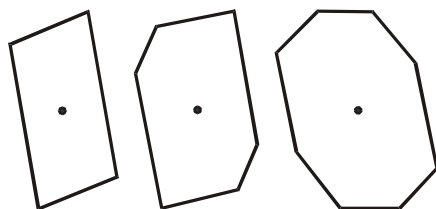


Рис. 53

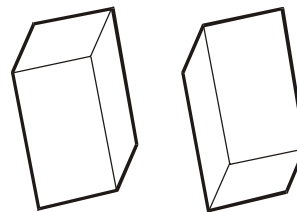


Рис. 54

грамм), шестиугольник и восьмиугольник. Любой многоугольник, имеющий центр симметрии, имеет четное число вершин, а его противоположные стороны равны и параллельны.

На рисунке 54 центрально-симметричный шестиугольник разрезан на

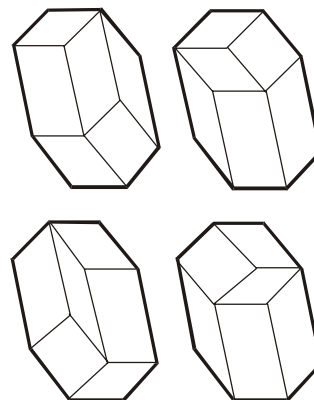


Рис. 55

параллелограммы, стороны которых равны и параллельны сторонам шестиугольника. На рисунке 55 на параллелограммы разными способами разрезан восьмиугольник.

Изобразим на одном рисунке все разбиения выпуклого центрально-симметричного многоугольника F на параллелограммы со сторонами, параллельными и равными сторонам многоугольника (рис.56, 57). Возникнет система точек и отрезков, которую будем называть *остовом* многоугольника F .

Хотя нам это и не потребуется для

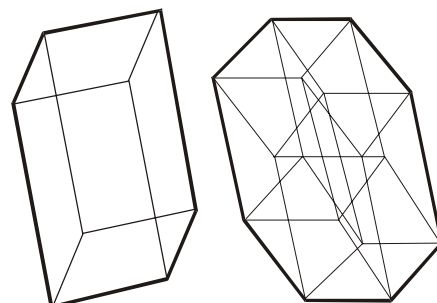


Рис. 56

Рис. 57