

«КВАНТ» ДЛЯ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

ЗАДАЧИ

(см. «Квант» №2)

1. *Указание.* Начинать надо с самого высокого семиклассника, перестановки можно осуществлять по парам (менять местами самого высокого с тем, кто занимает его «законное» место, и так далее). При каждой такой перестановке условие, сформулированное в задаче, будет сохраняться (докажите).
2. Поскольку мастер Седов не черноволосый (он отвечает черноволосому) и не седой, то он рыжий; кандидат в мастера не рыжий и не черноволосый, стало быть – седой.
3. См. рис.1.



Рис. 1

4. 5.

5. На черных полях вертикальных рядов доски с нечетным номером ставим букву А, на остальных черных полях ставим букву В (рис.2). На белых полях горизонтальных рядов с четными номерами ставим букву С. Число фигур, стоящих на

	B		B		B		B
A	C	A	C	A	C	A	C
	B		B		B		B
A	C	A	C	A	C	A	C
	B		B		B		B
A	C	A	C	A	C	A	C
	B		B		B		B
A	C	A	C	A	C	A	C

Рис. 2

А-полях, равно n , на В-полях – m , на С-полях – k . В силу условия задачи числа $n + k$ и $m + k$ являются четными. Но тогда число $n + m$ тоже четное, т.е. на черных полях стоит четное количество фигур.

РАЗУМНО ИЛИ ЛОГИЧНО?

- 1) ... читать! 2) ... во всех остальных.
- 3) ... какая вам разница? 4) ... девятерых попутчиков!
- 5) ... тех, кто мне не верил! 6) ... Окно!
- 7) ... станет теплее? 8) ... столько денег!
- 9) ... найденные. 10) ... железной дороге.
- 11) ... только два пятьдесят. 12) ... ничего и не делал.
- 13) ... волос уже нет. 14) ... разбежаться?
- 15) ... их поносить! 16) ... на твою лошадь. 17) ... хожу.
- 18) ... врач. 19) ... гостиница слишком низкая.
- 20) ... с ними разговаривать!

Разделение на «логичные» и «разумные» ответы, конечно, весьма условно. Нормальная разговорная речь практически никогда не бывает совершенно формальной. Даже в такой формализованной системе, как юридический язык, строгий логик нашел бы много пробелов и не сформулированных явно высказываний. Однако можно заметить, что в задачах 1, 4, 5, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14 правильный ответ использует в основном информацию, данную в самом анекдоте, а в остальных требуется привлечь знания о ситуации.

КОНКУРС «МАТЕМАТИКА 6–8»

(см. «Квант» №6 за 1997 г.)

11. Пусть в книге напечатано C сказок, причем n -я сказка начинается на странице с номером H_n , заканчивается на странице с номером K_n , $n = 1, 2, \dots, C$. Титул, как известно, всегда располагается в начале книги, а вот аннотация и оглавление могут оказаться как в начале книги, так и в конце. Чтобы не нарушать общности, будем считать, что дополнительной информацией заняты D первых страниц, а также $3 - D$ страниц в конце книги, где D равно либо 1, либо 2, либо 3. Отсюда следует, что $H_1 = D + 1$, а $K_C = 120 - (3 - D) = 117 + D$. Поскольку каждая сказка начинается с новой страницы, то $H_2 = K_1 + 1$, $H_3 = K_2 + 1$, ..., $H_C = K_{C-1} + 1$. Сложив последние равенства, получим $S_H - H_1 = S_K - K_C + C - 1$, где $S_H = H_1 + H_2 + \dots + H_C$ – сумма номеров страниц, на которых начинаются сказки, а $S_K = K_1 + K_2 + \dots + K_C$ – сумма номеров страниц, на которых сказки заканчиваются. Выражая H_1 и K_C через D , а также учитывая, что по условию задачи $S_K = 5S_H$, отсюда получаем $S_H = \frac{117 - C}{4}$. Число S_H может быть целым лишь в случае, когда C равно 1, 5, 9, 13, ..., т.е. имеет вид $C = 4m + 1$, где m – целое неотрицательное число.

Оценим снизу значение S_H . Так как $H_1 = D + 1$, $H_2 \geq D + 2$, $H_3 \geq D + 3$, ..., $H_C \geq D + C$, то

$$S_H \geq (D+1) + (D+2) + \dots + (D+C) = \frac{C(C+2D+1)}{2} \geq \frac{C(C+2 \cdot 1+1)}{2} = \frac{C(C+3)}{2}.$$

Следовательно, $\frac{117 - C}{4} \geq \frac{C(C+3)}{2}$, откуда $2C^2 + 7C \leq 117$.

Для указанного вида C решения этого неравенства: $C = 1$ и $C = 5$.

Если $C = 1$, то сказка в книге всего одна. При этом $S_H \leq 4$ и $S_K \geq 117$, откуда $S_K/S_H > 5$, что противоречит условию. В случае $C = 5$ распределение сказок по страницам книги может быть, например, таким:

номер сказки	1	2	3	4	5	сумма:
номер страницы, на которой сказка начинается	3	4	5	6	10	28
номер страницы, на которой сказка заканчивается	3	4	5	9	119	140

Таким образом, в книге напечатано 5 сказок.

12. Обозначим угловые меры дуг окружности, как показано на рисунке 3. Тогда

$$\angle DAB = \frac{1}{2}(l_2 + s_2 + l_3 + s_3 + l_4 - l_1);$$

$$\angle BCD = \frac{1}{2}(l_2 + s_1 + l_1 + s_4 + l_4 - l_3);$$

$$\angle DAB + \angle BCD = \frac{1}{2}(s_1 + s_2 + s_3 + s_4) + l_2 + l_4 - \frac{1}{2}(l_1 + l_3).$$

Аналогично,

$$\angle ABC + \angle CDA = \frac{1}{2}(s_1 + s_2 + s_3 + s_4) + l_1 + l_3 - \frac{1}{2}(l_2 + l_4).$$

Поскольку по условию $l_1 + l_3 = l_2 + l_4$, то $\angle DAB + \angle BCD = \angle ABC + \angle CDA$, и следовательно, вокруг четырехугольника $ABCD$ можно описать окружность.

13. Одно из возможных решений показано на рисунке 4.

14. Перепишем уравнение в виде

$$(a-2)(b-2) + (b-2)(c-2) + (c-2)(a-2) = 12.$$