

конечной геометрической прогрессии, получим  $S = 10 / (1 - 1/3) \text{ В} = 15 \text{ В}$ .

Р.Александров

**Ф1621.** Катушка индуктивности состоит из нескольких одинаковых витков очень тонкого провода, намотанных вплотную друг к другу. На оси катушки на некотором расстоянии от нее расположили еще один такой же замкнутый виток так, что ось витка совпадает с осью катушки. Катушку подключили к выходу источника переменного тока, при этом амплитуда тока отдельно расположенного витка оказалась в  $k = 3$  раза меньше амплитуды тока катушки. Во сколько раз отличаются величины индуктивности катушки, измеренные без дополнительного витка и вместе с ним? Сопротивление провода, из которого сделаны витки, пренебрежимо мало. Считайте, что индуктивность катушки без дополнительного витка в 30 раз больше индуктивности одного витка.

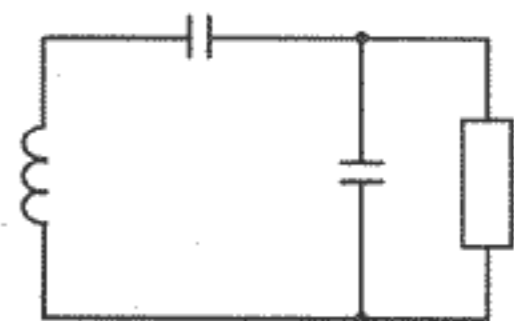
Обозначим число витков катушки  $N$ , тогда при токе  $I$  она создаст около одиночного витка поле  $B$ , пропорциональное этому току и числу витков катушки:  $B = \alpha NI$ . Поток, который пронизывает при этом одиночный виток площадью  $S$ , равен  $\Phi_{21} = \alpha NIS$ . Из условия задачи следует, что этот поток в  $k$  раз меньше «своего» потока — создаваемого при токе  $I$  в каждом из витков самой катушки. Если индуктивность одного витка  $L_0$ , то можно записать:  $\alpha NIS = L_0 I/k$ . Поле одиночного витка с током  $I/k$  создает магнитный поток через все витки катушки, равный  $\Phi_{12} = \alpha(I/k)SN$ . Этот поток вычитается из собственного потока катушки (правило Ленца) и уменьшает измеренную величину индуктивности катушки. Отсюда

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{L_1 I}{L_1 I - L_0 I/k^2} = \frac{1}{1 - L_0/(L_1 k^2)} = \frac{1}{1 - 1/(30k^2)} = \frac{270}{269} \approx 1,004.$$

А.Зильберман

**Ф1622.** Колебательный контур состоит из катушки индуктивности и двух одинаковых конденсаторов, включенных между собой последовательно. Катушка и конденсаторы практически идеальные, но из-за наличия малого сопротивления соединяющих проводов  $r = 0,1 \text{ Ом}$  колебания медленно затухают: за  $n_1 = 10$  периодов колебаний амплитуда тока через катушку уменьшается на  $\alpha = 1\%$ . Параллельно одному из кон-

денсаторов подключают резистор (см. рисунок), и теперь амплитуда колебаний уменьшается на тот же 1% за  $n_2 = 2$  полных периода колебаний. Найдите сопротивление этого резистора.



Рассмотрим вначале случай, когда подключение резистора изменяет частоту контура незначительно, т.е. когда подключен большой резистор. В этом случае в нем за период должно рассеиваться тепла в 4 раза больше, чем в последовательном резисторе сопротивлением  $r$  (общая мощность потерь возросла в 5 раз). Затухание и в этом случае можно считать малым, поэтому действующее (эффективное) значение силы тока (и напряжения) будем брать как для синусоидального. Тогда для случая только последовательного резистора (с учетом того, что 1% по амплитуде это 2% по энергии) получим

$$r(I_0^2/2) \cdot 10T = \frac{0,02LI_0^2}{2}.$$

Период для нашего контура  $T = 2\pi\sqrt{LC}/2$ . Для параллельного резистора (напряжение на нем — половина напряжения на катушке) запишем

$$\frac{(U_0/2)^2}{2R_1} = \frac{4rI_0^2}{2};$$

в нашем контуре с последовательно соединенными конденсаторами —

$$\frac{CU_0^2}{4} = \frac{LI_0^2}{2}.$$

Окончательно получим

$$R_1 = \frac{10^6 \pi^2 r}{16} \approx 6 \cdot 10^4 \text{ Ом}.$$

Есть и другая возможность удовлетворить формально условию задачи — взять маленький резистор, «закоротив» один из конденсаторов и увеличив этим период колебаний в контуре. При этом

$$r(I_0^2/2) \cdot 10T = (r + R_2)(I_0^2/2) \cdot 2 \cdot 1,41T,$$

$$R_2 = 2,5r = 0,25 \text{ Ом}.$$

А.Контуров

## УСРЕДНЕНИЕ ПО ОКРУЖНОСТИ

Одиннадцатиклассники на Московской олимпиаде (точнее, на отборочном туре на российскую олимпиаду) решали такую задачу:

**M1596.** Про непрерывную функцию  $f(x)$ , определенную на отрезке  $[0; 5]$ , известно, что  $\int_0^5 f(x) dx = 0$ .

Докажите, что на этом отрезке найдутся такие

числа  $a$  и  $b$ , что  $\int_a^b f(x) dx = 0$  и при этом  $b - a = 2$  или 3.

Решение основано на двух идеях:

- среднее значение функции заключено между максимальным и минимальным значениями (нематематики формулируют это так: «если тебе слишком хорошо, то кому-то плохо»);

- всякая определенная на отрезке непрерывная функция, среди значений которой есть и положительное,