

# Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646—1716)

А. КОТОВА

**Б**ОЛЬШИНСТВО людей при имени Лейбница немедленно вспоминают Ньютона (и наоборот). Этот стереотип складывается со школы: «формула Ньютона — Лейбница» звучит так же привычно, как «закон Бойля — Мариотта» или, скажем, «Ломоносова — Лавуазье». Поскольку Ньютон и Лейбниц были современниками и почти ровесниками (Ньютон старше всего на 3 года), хочется представить их постоянно поддерживающими научные контакты, советуясь друг с другом, радостно сообщающими друг другу о своих новых идеях, тем более что это было в традициях эпохи... Увы! Два величайших ума второй половины XVII века, работавшие над сходными проблемами и создавшие практически одновременно одни и те же теории — дифференциальное и интегральное исчисления — не только не работали вместе, но яростно оспаривали приоритет друг друга и перессорились смертельно. Настолько, что, когда Лейбниц умер, Лондонское Королевское общество сделало вид, что никакого Лейбница знать не знает, и ни словом не обмолвилось о заслугах немецкого ученого и философа: как соотечественники Ньютона, английские ученые придерживались его точки зрения на авторство в этой области науки...

Эта прискорбная история взаимоотношений двух великих ученых служит предостережением всем любителям отстаивать свой приоритет. Ни одному из них битва за звание первооткрывателя не принесла никакой пользы, только истрепала обоим нервы и подпортила репутацию... А между тем идея дифференциального и интегрального исчисления носилась в воздухе; ее отчаянно не хватало математической науке, и нет ничего удивительного в том, что два умнейших человека эпохи одновременно взялись за эту проблему и с успехом разрешили ее. Кстати, мы поль-

зуемся в этой области в основном обозначениями Лейбница, ибо он, в отличие от своего соперника, построив теорию позже чуть не на 10 лет, опубликовал ее раньше Ньютона. Более того, к моменту выхода из печати первого из опубликованных Ньютоном исследований («Рассуждение о квадратуре кривых») были уже изданы не только подавляющее большинство мемуаров Лейбница, но и многие статьи его учеников Я. и И. Бернулли и даже учебник (!) дифференциального исчисления, написанный Г. Лопиталем.

Готфрид Вильгельм Лейбниц был одним из тех универсальных гениев, которые в те времена встречались довольно часто и которых почти нет теперь. Он был политиком и дипломатом, глубоким философом и натурфилософом (т.е. физиком и математиком). Все знают, что он — один из отцов-основателей математического анализа; но среди слов, введенных Лейбницем в математический обиход, не только «дифференциал» и «функция», но и «координаты» (изобретенные раньше, но не имевшие устоявшегося названия), и «алгоритм» в нынешнем смысле этого слова (до Лейбница алгоритмом называли отнюдь не «рецепт решения» задачи, этот термин относился к десятичной позиционной системе счисления, дошедшей до Европы через труды Аль-Хорезми). Норберт Винер говорил, что, если бы ему предложили выбрать святого — покровителя кибернетики, он выбрал бы Лейбница. Не только создатель весьма совершенной счетной машины, но и один из первых исследователей двоичной системы счисления, и один из первых «математизаторов» логики, Лейбниц, безусловно, замечательно подошел бы на роль, предложенную Винером...

Лейбниц родился в Лейпциге 1 июля 1646 года в семье профессора морали местного университета. Рассказыва-

ют, что при крещении младенец поднял голову и широко раскрыл глаза. Легенда утверждает, что это был верный признак будущей выдающейся судьбы; впрочем, подобными легендами окружено рождение и раннее детство многих людей, оказавшихся великими.

Характер ученого, как пишет Бертран Рассел, был, по-видимому, довольно неприятным; хотя Лейбниц несомненно был человеком честным и порядочным, и хотя в своих философских сочинениях он придерживался оптимистической точки зрения, и хотя он мечтал о тех временах, когда вместо того чтобы спорить и ссориться, люди будут садиться за стол, брать в руки перья и говорить: «давайте посчитаем» — и выяснять наверняка, кто прав, — все эти вполне симпатичные черты сочетались с тяжелым характером. Впрочем, почему-то так случается со многими крупными личностями, известными в веках...

Всю жизнь он, как сказали бы теперь, разбрасывался, увлекался то одним, то другим, то несколькими совершенно разными делами одновременно. В школьные годы заинтересовался логикой — в ту пору скучным и во многом схоластическим предметом, от которого обычные школьники впадали в тоску. А он увидел в логике возможность создания «всеобщего алфавита» человеческого мышления. Поступив в Лейпцигский университет (в 1661 г.), серьезно занялся математикой и даже специально ездил на один семестр в Йену (1663 г.), где в то время преподавал известный немецкий математик и философ Э. Вейгель, мечтавший о применении математических принципов к любой области знания, в том числе о построении логики по образу и подобию евклидовых «Начал». Однако вскоре математика отошла на второй план: по возвращении в



Лейпциг Лейбниц занимается на юридическом отделении. Магистерскую диссертацию он защитил на философском факультете, и эта работа была посвящена логике; называлась она «Диссертация о комбинаторном искусстве» (1666 г.). Но докторскую степень он получил за диссертацию «О запутанных судебных случаях», защищенную в том же году в Альтдорфском университете (относившемся к имперскому городу Нюрнбергу). Ему предложили профессорскую должность в Нюрнберге, но Лейбниц отказался от открывшейся перед ним академической карьеры и поступил на службу к майнцкому курфюрсту. Служба была юридического и дипломатического характера, и Лейбниц окунулся в политику... но не целиком.

Да, он ездил по дипломатическим поручениям; он много работал, упорядочивая законодательство «страны-нанимателя»; он активно занимался публицистикой, обосновывая некоторые политические и дипломатические акции Майнца и своего непосредственного начальника — министра, видного сановника, опытного дипломата барона Бойненбурга; он углубился в богословские вопросы, имевшие самое непосредственное отношение к политике. В те времена Германия представляла собой лоскутное одеяло, россыпь маленьких княжеств, каждое из которых имело свои политические пристрастия, амбиции, свою королевскую (княжескую, герцогскую...) династию с обширными родственными связями по всей Европе и свою религию. Бойненбург стремился — среди прочего — к объединению Германии (не в одну страну, но хотя бы в союз государств с общими целями и интересами), что было невозможно без объединения — или хотя бы примирения — ярых религиозных противников, не только католиков и протестантов, но и протестантов разных течений.

Но в то же время Лейбниц не забывает о науке. Дипломатическая служба привела его в Париж (1672 г.) — он знакомится с учеными, группировавшимися вокруг совсем юной тогда Академии наук, встречается с Гюйгенсом, тогдашним (самым первым) президентом Академии, обсуждает с ним свои первые научные исследования (в теории бесконечных рядов). Ему пришлось съез-

дить в Лондон (1673 г.) — он завязывает отношения с английскими учеными, демонстрирует им еще незавершенную модель своей счетной машины. Англичане отнеслись к нему несколько свысока, сочтя его дилетантом (кем он, собственно, тогда и был), но по предложению тогдашнего ученого секретаря Королевского общества Ольденбурга изобретатель машины был избран членом общества.

Вернувшись в Париж, Лейбниц берется за самообразование, и через три-четыре года никто не посмел бы назвать его дилетантом в науке. В поразительно короткие сроки он изучил достижения современной ему математики (Декарта и его последователей, Кавальери, Паскаля, Гюйгенса, Валлиса, Барроу и многих других) и углубился в самостоятельные исследования. К осени 1675 г. уже были выработаны основные принципы и обозначения дифференциального и интегрального исчисления. Спор о приоритете еще не начался, поскольку ничего еще не было опубликовано, и несколькими письмами Лейбниц и Ньютон обменялись (через Ольденбурга). Несомненно, однако, что теория бесконечно малых у Лейбница уже была к этому моменту в общих чертах готова.

Более того, подход двух великих людей к этой теории был различным. Ньютон был, видимо, больше физиком, чем математиком, по складу ума; его теория строилась в основном с кинематической точки зрения. Теория же Лейбница была в своей основе геометрической. Он мыслил в терминах «характеристического треугольника» со сторонами  $dx$ ,  $dy$ ,  $ds$ , — так, как мы привыкли представлять себе, вслед за ним, изменение аргумента и функции.

«Сохранившиеся рукописные заметки позволяют точно датировать некоторые этапы его работы. 26 октября (1675 г.) он еще выражает квадратуру по методу неделимых в духе Паскаля словами «все  $w$ » (*omnia  $w$* ), где  $w$  — ординаты, лишь подразумевая, как и Паскаль, что каждая линия умножается на бесконечно малое приращение абсциссы. Такой записью пользовался перед тем Валлис (1670). Через три дня, 29 октября, Лейбниц замечает, что вместо *omn.  $l$*  полезно писать  $\int l$ , т.е. сумма линий  $l$ ; знак  $\int$  был взят как

первая буква слова *summa*. Если же дано  $\int l = ya$  (множитель  $a$  добавлялся, чтобы получалась размерность площади), то возникает другой род исчисления, в котором  $l = ya/d$ . При этом Лейбниц писал, что, тогда как  $\int$  увеличивает число измерений,  $d$  его уменьшает,  $\int$  обозначает сумму,  $d$  — разность. Первой буквой слова «разность» — *differentia* — и явился знак  $d$ . Быть может, потому, что вторая операция понижает размерность, знак  $d$  был поставлен первоначально в знаменателе. Но вскоре обнаружилось неудобство такой записи, так как разность абсцисс нередко приходилось писать в знаменателе. В рукописи «Примеры обратного метода касательных» (*Methodi tangentium inversae exempla*), датированной 11 ноября, менее чем две недели спустя, символы  $x/d$ ,  $y/d$  заменяются на  $dx$ ,  $dy$ , и записи принимают знакомый нам вид. Одновременно со всем этим формулировались на языке и в обозначениях нового алгоритма важнейшие правила операций, например: дифференцирования и интегрирования степенной функции, дифференцирования произведения, вынесения постоянного множителя за знак интеграла, интегрирования суммы», — пишет А.П. Юшкевич в главе «Дифференциальное и интегральное исчисление» книги «История математики» (т. II, «Математика XVII столетия»). Наконец, в 1683 году в журнале «Acta Eruditorum» появился труд «Новый метод максимумов и минимумов, а также касательных, для которого не служат препятствием ни дробные, ни иррациональные величины, и особый для этого род исчисления», в котором изложены основные начала дифференциального исчисления, содержащий, вслед за определением дифференциала функции, правила дифференцирования суммы, разности, произведения, частного и любой постоянной степени. «Заметим, что в этом исчислении обращаются с  $x$  и  $dx$  так же, как с  $y$  и  $dy$  или с какой-нибудь другой неопределенной буквой и ее дифференциалом», — говорит Лейбниц; и затем: «Если знать, так сказать, *Алгоритм* этого исчисления, которое я называю *дифференциальным*, то все прочие дифференциальные уравнения смогут быть получены при помощи общего вычислительного приема, и можно



будет находить максимумы и минимумы, а также касательные, не испытывая притом необходимости в устраниении дробей или иррациональностей или других сложных выражений, как это приходилось, однако, делать, пользуясь донныне обнародованными методами».

Здесь проявилось, между прочим, и общее направление мысли Лейбница о полной алгоритмизации всех наук, разработанное в его учении о «всеобщей характеристике», которая должна была стать единым алгоритмом, основанным на математической логике. Как оказалось впоследствии, мечта о едином всеобщем алгоритме неосуществима; но попытки алгоритмизации науки оказали ей неоценимую услугу, в течение столетий направляя математические исследования в самых различных областях. Среди методов, вызванных к жизни идеей о всеобщей характеристике, немалую роль Лейбниц отводил удобному символическому языку науки, системе обозначений, которая позволяла бы не только удобно записывать математические результаты, но и помогала бы новым исследованиям; «следует заботиться о том, чтобы знаки были удобны для открытий. Это достигается в наибольшей мере тогда, когда знаки коротко выражают и как бы отображают глубочайшую природу вещи, и при этом удивительным образом сокращается работа мышления», — так считал Лейбниц, и судя по тому, что его обозначения прижились в математике и используются уже триста лет, он умел изобретать знаки, удобные для открытий...

Новые дифференциальные и интегральные методы позволили, в частности, сделать и некоторые открытия в теории бесконечных рядов, в том числе получить известный «ряд Лейбница» для разложения арктангенса и выражение для  $\frac{\pi}{4}$ :

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

Знак интеграла появился в печати чуть позже знака дифференциала, в сочинении «О глубокой геометрии и анализе неделимых и бесконечных» («Acta Eruditorum», 1686). Здесь же указано, что «у нас суммы и разности или  $\int$  и  $d$  так же взаимно обратны, как степени и корни в обыкновенном исчислении». В этом же сочинении

впервые появился в печати и термин «характеристический треугольник». Интеграл у Лейбница — прежде всего сумма бесконечного числа слагаемых, кстати, автор долгое время и называл его суммой; слово «интеграл» введено было И. Бернулли. Интеграл понимался — в нынешних терминах — как определенный интеграл с переменным верхним пределом, нижний предел в большинстве случаев соответствовал началу координат. Неопределенный интеграл появился гораздо позже, но и о нем Лейбниц упоминает, хотя и между делом, в статье «Подходящее построение задачи о парацентрической изохронной кривой» («Acta Eruditorum», 1694).

Сочинения Лейбница о дифференциальном и интегральном исчислении оказали на современников гораздо большее влияние, чем теория Ньютона, не только из-за того, что раньше были опубликованы, но и по причине существенно более удобных и прозрачных обозначений. Как уже было сказано выше, практически сразу появились последователи нового метода — братья Бернулли и другие. Гораздо позже, уже в XIX в., когда Коши стал излагать анализ в терминах теории пределов, методу Лейбница нашлось естественное и достойное место в новом построении науки.

Но вернемся в эпоху Лейбница...

В конце 1676 г. он поступил на службу к герцогу ганноверскому и больше уже места службы не менял. Его основной обязанностью было заведование герцогской библиотекой в Вольфенбюттеле. Но кроме того он был еще и советником герцога по экономике, финансам, вопросам внешних сношений, народного просвещения и т.д. За время его службы, продолжавшейся до самой смерти философа, сменились три герцога; один из них, Георг Людвиг, ставший к концу жизни Лейбница и английским королем, пожелал, чтобы Лейбниц составил для него историю Гвельфского дома, к которому принадлежала Ганноверская династия.

Свой исторический труд Лейбниц начал «с самого начала» — с теории возникновения и эволюции Земли. Вводная часть к истории, содержащая эти вопросы, должна была называться «Рассуждение о том древнейшем доисторическом состоянии рассматриваемых областей, которое можно определить по данным природы»

«Рассматриваемые области» — это те земли, историю которых предстояло описать. В результате получилось сочинение «Протогея», т.е. «Первоземля» (1691).

Но Лейбниц не был бы Лейбницем, если бы из-за геолого-минералогических и исторических исследований отвлекся от множества других дел, интересовавших его. Юридически-законодательская работа — проекты реформ экономики, как промышленности, так и сельского хозяйства — теологические труды — вопросы общегерманского просвещения — создание научных обществ... Берлинское научное общество обязано своим возникновением проекту Лейбница, ставшего его первым президентом. Попытки организовать такие общества в Дрездене и Вене не увенчались успехом, зато Лейбницу удалось «проездом» (с целью сбора исторических документов) содействовать организации физико-математической Академии в Риме.

Он же стоял и у истоков Российской академии наук: Петр I, будучи в Европе, познакомился с Лейбницем и советовался с ним по поводу организации научных обществ в России, и Лейбниц дал немало рекомендаций и советов, предложил множество технических и экономических проектов. С 1697 года Лейбниц состоял в постоянной переписке с русским правительством и даже был принят на службу в высоком звании тайного юстиц-советника и получал жалование...

Умер Лейбниц 14 ноября 1716 г. в Ганновере, отравившись лекарством... Последние его годы были омрачены спором с Ньютоном о приоритете; смерть же его прошла почти незамеченной ни в Ганновере, ни в научных обществах, создателем или членом которых он был. Только Парижская академия почтила память великого ученого, отметив его заслуги перед наукой. Но остались многочисленные труды — философские, научные, теологические, и чем дальше, тем яснее становилось потомкам, какое влияние оказал Лейбниц на развитие научной мысли. Впоследствии Дидро в «Энциклопедии» заметил, что для Германии Лейбниц был тем, чем для Древней Греции были Платон, Аристотель и Архимед, вместе взятые.