

# XLII Международная физическая олимпиада

В 2011 году Международная физическая олимпиада школьников проходила в Таиланде с 10 по 18 июля. На олимпиаду приехали 380 школьников из 84 стран мира.

На олимпиаде Россию представляли:

*Арзамасский Лев* – Калининград, лицей 23, учителя физики Боронилев Борис Анатольевич и Пец Александр Васильевич,

*Сопенко Никита* – Тамбов, лицей 14, учитель физики Бирюков Валерий Владимирович,

*Паринов Данила* – Воронеж, гимназия 9, затем СУНЦ МГУ, учителя физики Голубков Андрей Александрович и Лукьянов Илья Владимирович (СУНЦ МГУ),

*Шель Егор* – Тюмень, школа 29, затем СУНЦ МГУ, учителя физики Голубков Андрей Александрович и Лукьянов Илья Владимирович (СУНЦ МГУ),

*Асташкин Роман* – Королев Московской обл., лицей научно-инженерного профиля, учитель физики Третьякова Галина Сергеевна.

Руководителями нашей команды были Станислав Миرونвич Козел и Валерий Павлович Слободянин.

По традиции, участникам олимпиады было предложено решить три теоретические задачи и выполнить два экспериментальных задания. Как и в прошлые годы, лидерство захватили команды, представляющие страны юго-восточной Азии: Тайвань, Китай, Сингапур, Корея (южная). В нашей команде расклад по медалям в точности совпал с результатами прошлого года – одна золотая, три серебряные и одна бронзовая медали. Члены сборной команды России показа-

ли следующие результаты:

Участник команды	Медаль
Арзамасский Лев	золотая
Сопенко Никита	серебряная
Паринов Данила	серебряная
Шель Егор	серебряная
Асташкин Роман	бронзовая

Ниже приводятся условия задач теоретического тура олимпиады.

## Теоретический тур

### Задача 1. Проблема трех тел и LISA

**1.1.** Два тела с массами  $M$  и  $m$  движутся по круговым орбитам с радиусами  $R$  и  $r$  соответственно вокруг общего центра масс. Выразите угловую скорость вращения  $\omega_0$  отрезка, соединяющего тела, через  $R$ ,  $r$ ,  $M$ ,  $m$  и гравитационную постоянную  $G$ . (1,5 балла)

**1.2.** Третье тело с пренебрежимо малой массой  $\mu$  вращается в той же плоскости

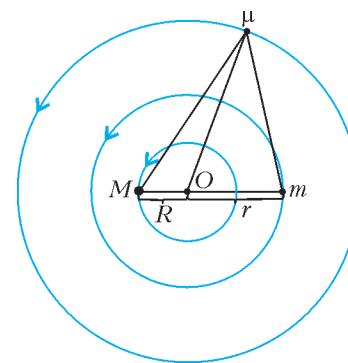


Рис.1. Концентрические орбиты трех тел в одной плоскости

по круговой орбите вокруг того же центра масс так, что остается неподвижным относительно тел с массами  $M$  и  $m$  (рис.1). Считайте, что третье тело не лежит на прямой, соединяющей первые два тела. Выразите следующие параметры через  $R$  и  $r$ : расстояние  $r_1$  от третьего тела ( $\mu$ ) до первого тела ( $M$ ); расстояние  $r_2$  от третьего тела ( $\mu$ ) до второго тела ( $m$ ); расстояние  $\rho$  от третьего тела ( $\mu$ ) до центра масс системы. (3,5 балла)

**1.3.** Рассмотрите случай  $M = m$ . Тело массой  $\mu$  выводят из положения равновесия в радиальном направлении (вдоль радиуса). Выразите циклическую частоту радиальных колебаний этого тела через  $\omega_0$ . Считайте, что момент импульса тела массой  $\mu$  не изменяется. (3,2 балла)

Лазерная интерферометрическая космическая антенна LISA (Laser Interferometry Space Antenna) представляет собой три одинаковых космических аппарата и предназначена для детектирования низкочастотных гравитационных волн. Каждый из аппаратов располагается в вершине равностороннего треугольника, как показано на рисунках 2 и 3. Длина сторон

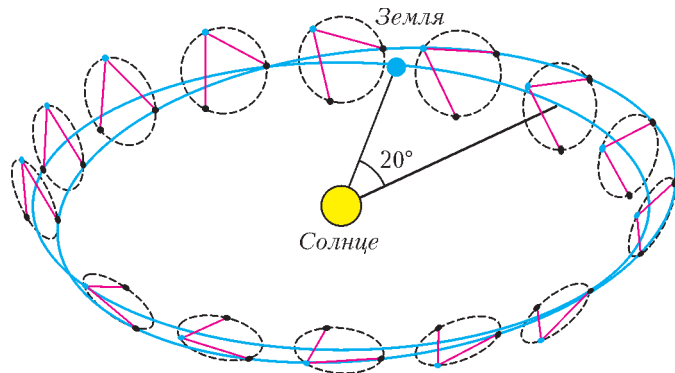


Рис.2. Изображение орбиты LISA. Три аппарата вращаются с периодом 1 год. Угол Земля–Солнце–LISA составляет  $20^\circ$

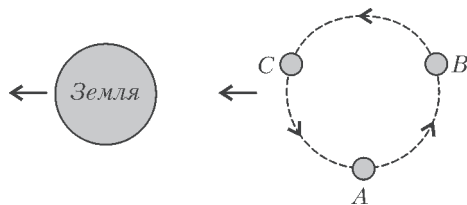


Рис.3. Увеличенное изображение трех аппаратов LISA, движущихся вслед за Землей; А, В и С – три аппарата, находящиеся в вершинах равностороннего треугольника

треугольника – плеч интерферометра – около 5,0 млн км. Система LISA находится на земной орбите так, что угол Земля–Солнце–LISA составляет  $20^\circ$ . Каждый аппарат движется по слегка наклоненной орбите вокруг Солнца. Фактически в системе отсчета, связанной с LISA, аппараты вращаются вокруг центра антенны с периодом 1 год.

Аппараты непрерывно посылают лазерные сигналы друг другу и принимают их. Таким образом они детектируют гравитационные волны, измеряя небольшие изменения длин плеч интерферометра интерференционным методом. Столкновение массивных объектов, таких как черные дыры, в соседних галактиках является источником гравитационных волн.

**1.4.** Определите относительную скорость движения одного из аппаратов относительно другого в плоскости LISA. (1,8 балла)

**Задача 2. Заряженный мыльный пузырь**

Сферический мыльный пузырь радиусом  $R_0$ , наполненный воздухом с плотностью  $\rho_1$  при температуре  $T_1$ , находится

в воздухе с плотностью  $\rho_2$  при температуре  $T_2$  и атмосферном давлении  $p$ . Мыльная пленка характеризуется поверхностным натяжением  $\sigma$ , плотностью  $\rho$  и толщиной  $l$ . Поверхностное натяжение и масса мыльной пленки не изменяются с температурой. Считается, что  $R_0 \gg l$ .

Увеличение энергии  $dE$ , требуемое для увеличения площади поверхности границы между мыльной пленкой и воздухом на величину  $dS$ , дается соотношением  $dE/dS = \sigma$ , где  $\sigma$  – поверхностное натяжение пленки.

**2.1.** Запишите отношение  $\rho_1 T_1 / \rho_2 T_2$  через  $\sigma$ ,  $p$  и  $R_0$ . (1,7 балла)

**2.2.** Найдите численное значение величины  $(\rho_1 T_1 / \rho_2 T_2) - 1$ , используя значения  $\sigma = 0,0250$  Н/м,  $R_0 = 1,00$  см и  $p = 1,013 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>. (0,4 балла)

**2.3.** Воздух внутри пузыря первоначально теплее атмосферного. Найдите значение минимальной температуры  $T_{\min}$ , необходимой для того, чтобы пузырь мог парить в воздухе не падая. Используйте значения  $T_2 = 300$  К,  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_2 = 1,3$  кг/м<sup>3</sup>,  $l = 100$  нм и  $g = 9,80$  м/с<sup>2</sup>. (2,0 балла)

Через некоторое время после образования мыльного пузыря установится тепловое равновесие между ним и окружающим воздухом. Поэтому в неподвижном воздухе мыльный пузырь опустится на землю.

**2.4.** Найдите минимальную скорость  $u$  поднимающегося вверх воздуха, при которой мыльный пузырь, находящийся в тепловом равновесии с воздухом, не опускается. Выразите ответ через  $\rho$ ,  $R_0$ ,  $g$ ,  $l$  и коэффициент вязкости воздуха  $\eta$ . Сила сопротивления определяется законом Стокса:  $F = 6\pi\eta R_0 u$ . (1,6 балла)

**2.5.** Рассчитайте численно величину  $u$ , используя значение  $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5}$  кг/(м · с). (0,4 балла)

Проведенные расчеты показывают, что слагаемые, включающие поверхностное натяжение  $\sigma$ , не оказывают существенного влияния на результат. Поэтому во всех последующих пунктах поверхностным натяжением можно пренебречь.

**2.6.** Предположим теперь, что пузырь заряжен равномерно с общим зарядом  $q$ . Выведите уравнение для определения радиуса  $R_1$  пузыря после его зарядки через  $R_0$ ,  $p$ ,  $q$  и электрическую постоянную  $\epsilon_0$ . (2,0 балла)

**2.7.** Предположим, что заряд пузыря  $q$  не очень велик ( $q^2 / (\epsilon_0 R_0^4) \ll p$ ), так что зарядка пузыря увеличивает его радиус на малую величину  $\Delta R$  ( $\Delta R = R_1 - R_0$ ). Найдите  $\Delta R$ . Известно, что  $(1+x)^n \approx 1+nx$  при  $x \ll 1$ . (0,7 балла)

**2.8.** Найдите такой заряд  $q$ , выраженный через  $l$ ,  $\rho_2$ ,  $\rho$ ,  $\epsilon_0$ ,  $R_0$ ,  $p$ , при котором пузырь будет неподвижно висеть в воздухе. Вычислите величину этого заряда. Электрическая постоянная  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м. (1,2 балла)

**Задача 3. Рассеяние иона на нейтральном атоме** (в честь столетия модели атома Резерфорда)

Ион массой  $m$  и зарядом  $Q$  движется с начальной скоростью  $v_0$  из бесконечности к окрестности нейтрального атома массой  $M \gg m$  и электрической поляризуемостью  $\alpha$ . Прицельный параметр равен  $b$  (рис.4). Атом мгновенно поляри-

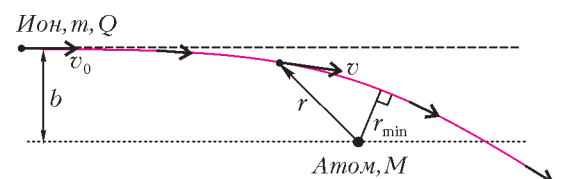


Рис.4. Рассеяние иона на нейтральном атоме

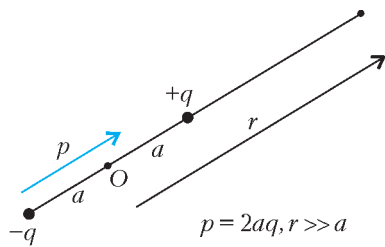


Рис.5. Дипольный момент поляризованного атома

с дипольным моментом  $\vec{p}$ , расположенного в начале координат (точка  $O$  на рисунке 5). (1,2 балла)

**3.2.** Найдите выражение для силы  $\vec{f}$ , действующей на ион со стороны поляризованного им атома. Покажите, что эта

зудется электрическим полем  $\vec{E}$  приближающегося иона. В результате у него появляется электрический дипольный момент  $\vec{p} = \alpha \vec{E}$ . Релятивистские эффекты не учитывайте.

**3.1.** Рассчитайте напряженность  $E_p$  электрического поля на расстоянии  $r$  на оси диполя

сила есть сила притяжения независимо от знака заряда иона. (3,0 балла)

**3.3.** Найдите электрическую потенциальную энергию взаимодействия атома и иона, выразив ее через  $\alpha$ ,  $Q$  и  $r$ . (0,9 балла)

**3.4.** Получите выражение для минимального расстояния  $r_{\min}$  между ионом и атомом (см. рис. 4). (2,4 балла)

**3.5.** Если прицельный параметр  $b$  меньше критического значения  $b_0$ , то ион упадет по спиральной траектории на атом. В этом случае ион окажется нейтрализованным, а атом – заряженным. Этот процесс известен как «перезарядка». Чему равна площадь сечения  $S = \pi b_0^2$  этой перезарядки атома «с точки зрения» налетающего иона? (2,5 балла)

Публикацию подготовили  
С.Козел, В.Слободянин