

Решение задач на тонкие линзы

А. ЧЕРНОУЦАН

Для решения задач с тонкими линзами надо знать совсем немного. Напомним их основные свойства.

1) Характер линзы зависит от радиусов образующих ее сферических поверхностей и от показателя преломления материала линзы относительно окружающей среды $n = n_{\text{л}}/n_{\text{ср}}$. При $n > 1$ двояковыпуклая и плосковыпуклая линзы – собирающие, двояковогнутая и плосковогнутая линзы – рассеивающие; при $n < 1$ – наоборот. Эти утверждения следуют из формулы для фокусного расстояния F :

$$\frac{1}{F} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где радиус выпуклой поверхности считается положительным, а радиус вогнутой – отрицательным. Если F положительно, то линза собирающая, в противном случае – рассеивающая. Эту формулу знать полезно, но необязательно.

Пример 1 (ЕГЭ). Из очень тонких одинаковых сферических стеклянных сегментов изготовлены линзы, представленные на рисунке 1. Если показатель преломления глицерина больше, чем показатель преломления воды, то собирающая линза представлена на рисунке: 1); 2); 3); 4).

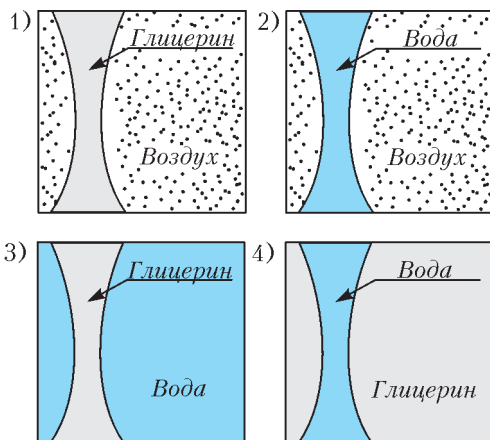


Рис. 1

(Ответ: 4.)

2) Для решения задач полезно знать ход основных лучей.

а) Лучи, идущие через оптический центр линзы, не испытывают отклонения.

б) Лучи, падающие параллельно главной оптической оси (рис.2), сходятся в фокусе, лежащем за линзой – в случае

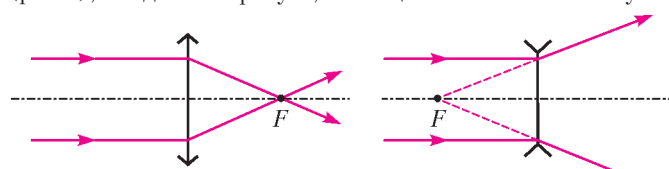


Рис. 2

собирающей линзы, или расходятся из фокуса, лежащего перед линзой – в случае рассеивающей линзы.

в) Обратное утверждение: прошедший линзу луч пойдет параллельно ее главной оптической оси, если линия его падения проходит через фокус собирающей линзы, лежащий перед линзой, или через фокус рассеивающей линзы, лежащий за линзой (рис.3).

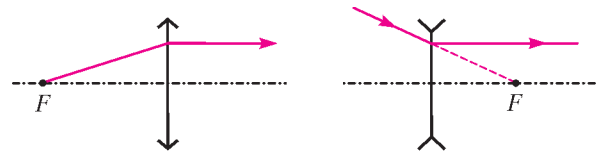
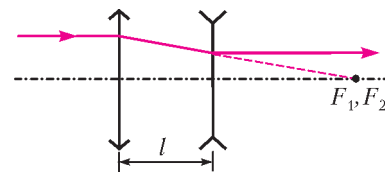


Рис. 3

Пример 2. На собирающую линзу с фокусным расстоянием $F_1 = 17$ см падает пучок света, параллельный ее главной оптической оси. На каком расстоянии от этой линзы нужно поставить рассеивающую линзу с фокусным расстоянием $F_2 = 0,09$ м, чтобы пучок, пройдя обе линзы, остался параллельным?



(Ответ: $l = F_1 - F_2 = 8$ см; см. рис.4.)

г) Лучи, идущие параллельно друг другу, но не параллельно главной оптической оси (рис.5), собираются в точке

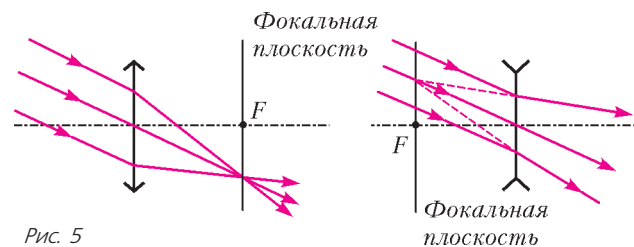


Рис. 5

фокальной плоскости, расположенной за линзой (собирающая линза), или расходятся из точки фокальной плоскости, расположенной перед линзой (рассеивающая линза).

Пример 3. Постройте ход произвольного луча после прохождения собирающей (рассеивающей) линзы.

(Ответ: см. рис.6; пунктиром показан вспомогательный луч.)

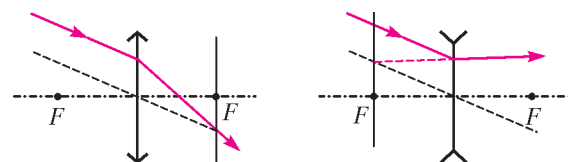


Рис. 6

3) Формула тонкой линзы.

Точечным источником обычно называют светящуюся точку, испускающую световые лучи в сторону линзы. Более общее определение: источник – это точка

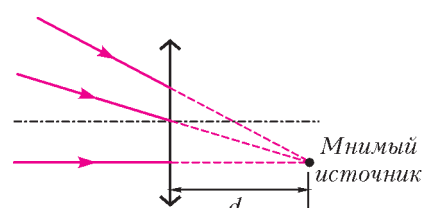


Рис. 7

пересечения лучей, падающих на линзу (такое определение позволяет вводить в рассмотрение *мнимые источники*; см. рис.7). *Изображением точечного источника* называют точку пересечения лучей, прошедших линзу. Расстояния от источника до линзы d , от изображения до линзы f и фокусное расстояние F связаны соотношением

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} = D, \quad (1)$$

где D – *оптическая сила* линзы, выражается в диоптриях, $1 \text{ дптр} = 1/\text{м}$. При применении формулы тонкой линзы (1) надо пользоваться следующими правилами знаков:

а) F и D положительны для собирающей линзы (действительный фокус) и отрицательны для рассеивающей линзы (мнимый фокус);

б) $f > 0$ для действительного изображения, $f < 0$ для мнимого изображения.

в) $d > 0$ для действительного источника, $d < 0$ для мнимого источника.

Замечание. При решении задач удобнее считать f , d и F положительными, а знаки учитывать в явном виде. Тогда формула (1) принимает вид

$$\pm \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f} = \pm \frac{1}{F} = D \quad (2)$$

(оптическая сила D может быть как положительной, так и отрицательной).

Пример 4. На линзу падает сходящийся пучок лучей. После прохождения через линзу лучи пересекаются в точке, лежащей на расстоянии 15 см от линзы. Если линзу убрать, то точка пересечения лучей переместится на 5 см ближе к линзе. Определите фокусное расстояние линзы.

В этом случае формула (2) принимает вид

$$-\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F},$$

где $d = 10$ см (мнимый источник), $f = 15$ см (действительное изображение). Получаем $F = -30$ см. Поскольку тип линзы не был задан, то правую часть формулы мы написали с плюсом, а по знаку ответа установили, что линза рассеивающая.

4) Увеличение линзы. Увеличением линзы (точнее – линейным увеличением, поскольку есть еще и угловое) называется отношение линейных размеров изображения к линейным размерам предмета. Для поперечного увеличения, т.е. для размеров в направлении, перпендикулярном главной оптической оси, верна формула

$$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{f}{d}, \quad (3)$$

которая следует из подобия соответствующих треугольников (рис.8). Отметим, что если пользоваться формулой линзы в

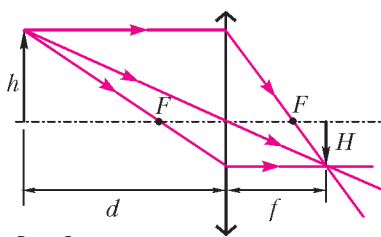


Рис. 8

форме (1), то формулу (3) надо писать с модулями, что неудобно, или вводить отрицательное Γ для случая прямого (не перевернутого) изображения, т.е. когда источник и изображение находятся по одну сторону от линзы (например, действительный источник и мнимое изображение). Такой подход возможен, но он слишком формален и чреват ошибками. Поэтому мы будем пользоваться формулами (2), (3).

5) Основные случаи. Полезно помнить несколько основных случаев взаимного расположения и соотношения разме-

ров *действительного* источника и его изображения. Конечно, все можно быстро извлечь из формул (2), (3), но лучше таким образом вспомнить забытое, а не выводить впервые.

а) Рассеивающая линза. Изображение мнимое, прямое, уменьшенное ($f < d$, $\Gamma < 1$). Формула (2) принимает вид

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F}.$$

Ход основных лучей показан на рисунке 9.

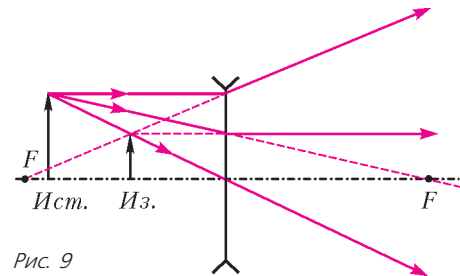


Рис. 9

б) Собирающая линза, $d < F$. Изображение мнимое, прямое, увеличенное ($f > d$, $\Gamma > 1$). Формула (2) принимает вид

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F}.$$

Ход основных лучей показан на рисунке 10.

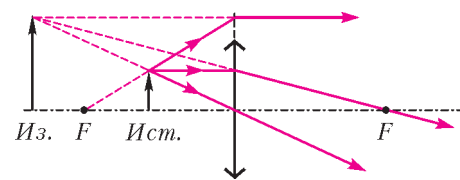


Рис. 10

в) Собирающая линза, $d > F$, $d < 2F$. Изображение действительное, перевернутое, увеличенное ($f > 2F$, $\Gamma > 1$). Ход основных лучей показан на рисунке 11.

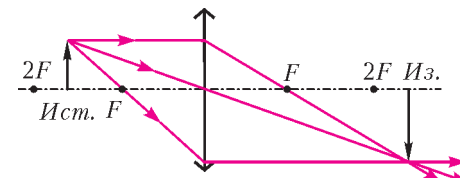


Рис. 11

г) Собирающая линза, $d = 2F$. Изображение действительное, перевернутое, в натуральную величину ($f = d$, $\Gamma = 1$).

д) Собирающая линза, $d > 2F$. Изображение действительное, перевернутое, уменьшенное ($f > F$, $f < 2F$, $\Gamma < 1$).

Формула (2) для случаев в) – д) имеет вид

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}.$$

Пример 5 (ЕГЭ). В какой из точек, показанных на рисунке 12 (точки 1, 2, 3 или 4), будет находиться изображение пламени свечи (S), создаваемое собирающей линзой?

Поскольку $d > F$, то изображение действительное. Остаются точки 3 или 4. Но поскольку $d < 2F$, то должно быть $f > 2F$, т.е. остается только точка 4.

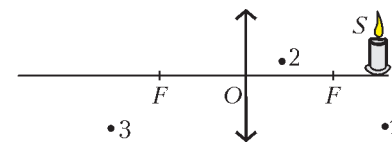


Рис. 12

Перейдем к решению задач. Начнем с задач, при решении которых надо использовать ход лучей и геометрические соображения.

Задача 1 (ЕГЭ). Пучок параллельных световых лучей падает перпендикулярно на тонкую собирающую линзу

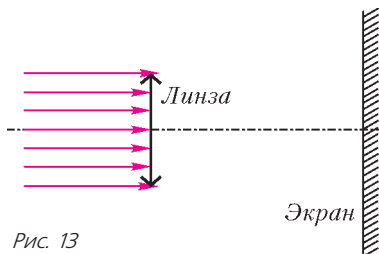


Рис. 13

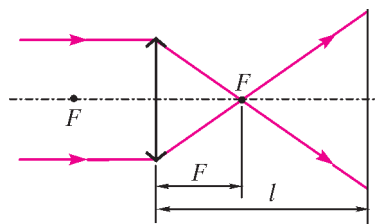


Рис. 14

откуда

$$l = F \left(1 + \frac{d_{\text{п}}}{d_{\text{л}}} \right) = \frac{1}{D} \left(1 + \frac{d_{\text{п}}}{d_{\text{л}}} \right) = 60 \text{ см.}$$

Задача 2 (ЕГЭ). Пучок параллельных световых лучей падает нормально на тонкую собирающую линзу диаметром 6 см и оптической силой 5 дптр (рис. 15). Экран освещен неравномерно. Выделяется более освещенная часть экрана (в форме кольца). Рассчитайте внутренний диаметр светлого кольца, создаваемого на экране. Экран находится на расстоянии 50 см от линзы.

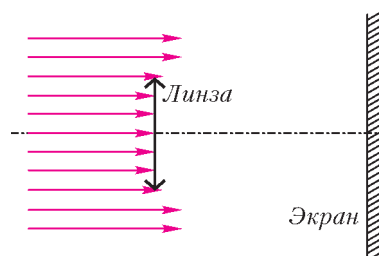


Рис. 15

Решение. Выясним, где должен находиться экран, чтобы на нем наблюдалась описанная в условии картинка. Ход лучей и несколько экранов показаны на рисунке 16. На

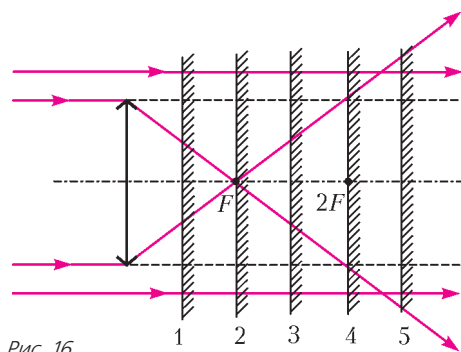


Рис. 16

экране 1 будет равномерный светлый фон вне круга с диаметром, равным диаметру линзы, затем темное кольцо и внутри него более яркий светлый круг, образованный лучами, преломленными в линзе. На экране 2 светлый круг уменьшится до размеров светящейся точки. На экране 3

картинка будет такого же характера, как на экране 1. На экране 4, расположенном на расстоянии $2F$ от линзы, темное кольцо исчезнет, и экран будет освещен равномерно. На экране 5 вне круга с диаметром, равным диаметру линзы, который будет теперь менее ярким, чем внешняя область, возникнет долгожданное светлое кольцо, освещенное как лучами, идущими мимо линзы, так и лучами, прошедшими линзу. Хорошо видно, что внутренний диаметр этого кольца равен диаметру линзы, т.е. 6 см.

Задача 3. На рисунке 17 изображены линейный источник AB и его изображение $A'B'$. Найдите расположение линзы и положение ее фокусов. Попробуйте сами так изменить расположение стрелок, чтобы: а) линза получилась собирающая, а изображение мнимое; б) линза получилась рассеивающая.



Рис. 17

Решение. Поскольку луч, идущий вдоль AB , проходит через все точки источника, то после преломления в линзе он должен пройти через все точки изображения, т.е. пойти вдоль $A'B'$. Поэтому точка C пересечения прямых AB и $A'B'$ должна принадлежать линзе (рис.18). Кроме того, прямые AA' и BB' должны проходить через оптический центр линзы, т.е. он находится в точке O на пересечении этих прямых. Получаем, что линза расположена вдоль CO , а главная оптическая ось OD перпендикулярна CO . Если пустить луч AE параллельно OD , то преломленный луч EA' пересечет OD в фокусе F . Аналогично (с помощью лучей

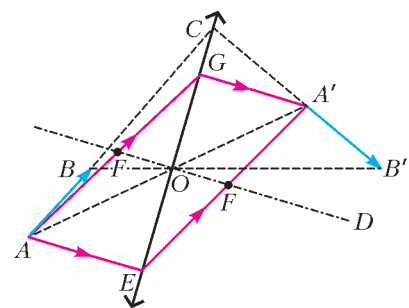


Рис. 18

$A'G$ и GA) построим другой фокус. Видим, что при данном расположении AB и $A'B'$ линза получилась собирающая.

Замечание. Изображение в тонкой линзе формируется только лучами, падающими под малыми углами к главной оптической оси (параксильными лучами). Однако в задачах на построение используются лучи, идущие под значительными углами к оптической оси. Законно ли это? Оказывается, да. Дело в том, что любой рисунок на построение (с помощью трех основных лучей) можно сжать в n раз в поперечном направлении (уменьшив в n раз расстояние от произвольной точки до оси). В результате все наклонные лучи станут параксильными, параллельные лучи останутся параллельными, а ход лучей не нарушится. При этом продольные расстояния не изменятся (формулы (1), (2) останутся верными), и отношения поперечных отрезков также сохранятся (формула (3) не нарушится).

Разберем теперь несколько задач на формулу линзы.

Задача 4. Два точечных источника света находятся на расстоянии $L = 24$ см друг от друга. Между ними на расстоянии $d_1 = 6$ см от одного из них помещена тонкая линза. При этом изображения обоих источников получились в одной и той же точке. Найдите фокусное расстояние линзы.

Решение. Поскольку источники находятся по разные стороны от линзы, то для одного из них изображение будет действительным, а для другого мнимым. Следовательно, линза собирающая. Первый источник находится ближе к

линзе, поэтому именно он должен давать мнимое изображение. Запишем формулу линзы для первого и для второго источника:

$$\frac{1}{d_1} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F},$$

$$\frac{1}{L - d_1} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}.$$

Исключив f , получим

$$F = \frac{2d_1(L - d_1)}{L} = 9 \text{ см.}$$

Задача 5. Расстояние между светящейся точкой и экраном $L = 3,75$ м. Четкое изображение точки на экране получается при двух положениях собирающей линзы, расстояние между которыми $l = 0,75$ м. Найдите фокусное расстояние линзы.

Решение. Если не задумываясь, в лоб, записать уравнения для d_1, d_2, f_1, f_2, F : два раза формулу линзы, а также соотношения $d_1 + f_1 = L$, $d_2 + f_2 = L$, $d_2 - d_1 = l$, то получим пять уравнений с пятью неизвестными, возиться с которой, мягко говоря, неприятно. Однако простые рассуждения, основанные на обратимости лучей и на симметрии формулы линзы, позволяют резко упростить расчеты. Рассмотрим одно из положений, которому соответствуют расстояния d_1 ,

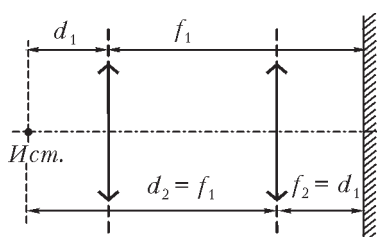


Рис. 19

не нарушится. В результате получаем два уравнения для d_1, f_1 :

$$d_1 + f_1 = L,$$

$$f_1 - d_1 = l.$$

Найдем отсюда d_1, f_1 , подставим их в формулу линзы и получим

$$\frac{1}{F} = \frac{2}{L - l} + \frac{2}{L + l}, \quad F = \frac{L^2 - l^2}{4L} = 0,9 \text{ м.}$$

Рассмотрим теперь задачи на систему из нескольких линз. Принцип решения таких задач ясен: надо рассматривать линзы одну за другой, причем изображение от предыдущей линзы является источником для последующей.

Задача 6. Точечный источник света находится на расстоянии $d_1 = 9$ см от собирающей линзы с фокусным расстоянием $F_1 = 6$ см. Позади этой линзы на расстоянии $l = 6$ см от нее находится другая точно такая же линза. На каком расстоянии от второй линзы получится изображение источника, сформированное системой линз?

Решение. Из формулы (2) для первой линзы

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F_1}$$

найдем $f_1 = 18$ см. Поскольку $f_1 > l$, то лучи сходятся за второй линзой (рис.20), т.е. представляют собой мнимый источник с $d_2 = f_1 - l = 12$ см. Подставляя d_2 в формулу (2)

для второй линзы

$$-\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F_2},$$

найдем $f_2 = 4$ см (изображение действительное). Отметим, что при использовании формулы линзы в форме (1)

надо просто подставлять $d_2 = l - f_1$, не думая о знаке — он получится автоматически правильным.

Задача 7 (ЕГЭ). На оси x в точке $x_1 = 0$ находится оптический центр тонкой рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $F_1 = -20$ см, а в точке $x_2 = 20$ см — тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $F_2 = 30$ см. Главные оптические оси обеих линз лежат на оси x . Свет от точечного источника, расположенного в точке $x < 0$, пройдя данную оптическую систему, распространяется параллельным пучком. Найдите координату x точечного источника.

Решение. Чтобы после второй линзы идти параллельным пучком, лучи должны падать на эту линзу, расходясь из ее левого фокуса, т.е. из точки с координатой $x_{\text{ист}2} = x_2 - F_2 = -10$ см. Поскольку эта точка лежит левее первой линзы (рис. 21), то она соответствует мнимому изображению с $f_1 = |x_{\text{ист}2}|$. Из формулы (2) для первой линзы

$$\frac{1}{d_1} - \frac{1}{f_1} = -\frac{1}{|F_1|}$$

находим $d_1 = 20$ см, т.е. координата источника $x = -d_1 = -20$ см. (Если использовать формулу линзы в форме (1), то f_1 и F_1 надо записывать без модулей.)

Можно рассуждать немного по-другому. Рассмотрим обратный ход лучей — справа налево. После прохождения второй линзы лучи соберутся в ее фокусе и будут представлять собой мнимый источник для первой линзы. Записав формулу (2) для линзы 1 с мнимым источником, получим действительное изображение, которое и является источником для прямого хода лучей.

Рассмотрим теперь несколько задач на увеличение линзы.

Задача 8. Дерево сфотографировано с расстояния $d = 10$ м. Оптическая сила объектива фотоаппарата $D = 12,6$ дптр. Ширина изображения ствола дерева на фотопленке $l' = 2$ мм. Найдите диаметр ствола l .

Решение. Запишем формулу для поперечного увеличения линзой горизонтального отрезка — диаметра дерева:

$$\Gamma = \frac{l'}{l} = \frac{f}{d}.$$

Отсюда получаем

$$l = l'd \frac{1}{f},$$

а величину $1/f$ находим из формулы линзы:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d} = D - \frac{1}{d}.$$

Окончательно находим

$$l = l'd \left(D - \frac{1}{d} \right) = 0,25 \text{ м.}$$

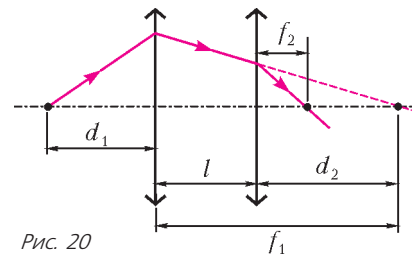


Рис. 20

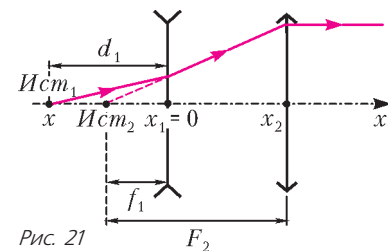


Рис. 21

Задача 9. Линза с фокусным расстоянием $F_1 = 12$ см формирует уменьшенное в 3 раза действительное изображение предмета ($\Gamma_1 = 1/3$). Другая линза, помещенная на место первой, формирует его увеличенное в 3 раза действительное изображение ($\Gamma_2 = 3$). Найдите фокусное расстояние второй линзы.

Решение. Выразив из формулы (3) расстояние от изображения до линзы: $f_1 = \Gamma_1 d_1$ и подставив в формулу линзы (2), найдем расстояние от источника до линзы:

$$d_1 = F_1 \left(1 + \frac{1}{\Gamma_1} \right).$$

Выразив аналогичным образом d_2 и приравняв d_1 к d_2 (расстояние от предмета до линзы не меняется), получим

$$F_2 = F_1 \frac{(1 + 1/\Gamma_1)}{(1 + 1/\Gamma_2)} = 36 \text{ см.}$$

Задача 10. Рассеивающая линза с фокусным расстоянием $F = 4$ см дает уменьшенное в 4 раза ($\Gamma = 1/4$) изображение предмета. Найдите расстояние от предмета до изображения.

Решение. Как мы уже видели в предыдущей задаче, по фокусному расстоянию и увеличению линзы можно (зная характер изображения – действительное, мнимое) однозначно установить положение предмета (и изображения). В случае рассеивающей линзы из уравнений

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F}, \quad \frac{f}{d} = \Gamma$$

получим

$$d = F \left(\frac{1}{\Gamma} - 1 \right), \quad f = F(1 - \Gamma).$$

Предмет и изображение находятся по одну сторону от линзы, и расстояние между ними равно

$$l = d - f = F \left(\Gamma + \frac{1}{\Gamma} - 2 \right) = 9 \text{ см.}$$

Если использовать формулу линзы в форме (1), то формулы надо писать без минусов, но F , f и Γ в случае рассеивающей линзы надо считать отрицательными.

Задача 11 (ЕГЭ). На экране с помощью тонкой линзы получено изображение предмета с пятикратным увеличением ($\Gamma_1 = 5$). Экран передвинули на $l = 30$ см вдоль главной оптической оси линзы. Затем при неизменном положении линзы передвинули предмет, чтобы изображение снова стало резким. В этом случае получилось изображение с трехкратным увеличением ($\Gamma_2 = 3$). На сколько пришлось передвинуть предмет относительно его первоначального положения?

Решение. Отметим, что для действительных изображений в собирающей линзе из формул

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}, \quad \frac{f}{d} = \Gamma$$

следует, что если d увеличивается, то f и Γ уменьшаются. Следовательно, $d_2 > d_1$ и $f_2 < f_1$. Выразив (как в задаче 10) из этих формул d и f через Γ и F , получим

$$d_1 = \left(1 + \frac{1}{\Gamma_1} \right) F, \quad d_2 = \left(1 + \frac{1}{\Gamma_2} \right) F, \quad x = d_2 - d_1 = \left(\frac{1}{\Gamma_2} - \frac{1}{\Gamma_1} \right) F,$$

$$f_1 = (1 + \Gamma_1) F, \quad f_2 = (1 + \Gamma_2) F, \quad l = f_1 - f_2 = (\Gamma_1 - \Gamma_2) F.$$

Следовательно,

$$\frac{x}{l} = \frac{1}{\Gamma_1 \Gamma_2}, \quad x = \frac{l}{\Gamma_1 \Gamma_2} = 2 \text{ см.}$$

Полученный ответ можно интерпретировать еще и так: если два предмета, расположенные на главной оптической оси за фокусом собирающей линзы, изображаются в линзе с увеличениями Γ_1 и Γ_2 , то расстояние между изображениями предметов в $\Gamma_1 \Gamma_2$ раз больше расстояния между предметами. Проверьте самостоятельно, изменится ли этот результат, если оба предмета находятся перед фокусом собирающей линзы или если линза рассеивающая.

Задача 12 (ЕГЭ). Равнобедренный прямоугольный треугольник ABC площадью $S = 50 \text{ см}^2$ расположен перед тонкой собирающей линзой так, что его катет AC лежит на главной оптической оси линзы (рис.22). Фокусное расстояние линзы $F = 50$ см. Вершина прямого угла C лежит ближе к центру линзы, чем вершина острого угла A . Расстояние от центра линзы до точки C равно удвоенному фокусному расстоянию линзы. Постройте изображение треугольника и найдите площадь получившейся фигуры.

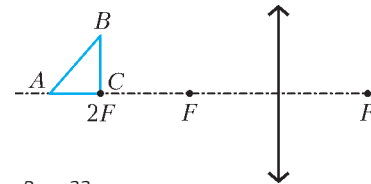


Рис. 22

Решение. Поскольку треугольник равнобедренный, $S = a^2/2$, откуда находим его катеты:

$$a = \sqrt{2S} = 10 \text{ см.}$$

Так как при $d = 2F$ получается $f = 2F$, то BC переходит в такой же по величине отрезок $B'C'$ (рис.23). Расстояние от

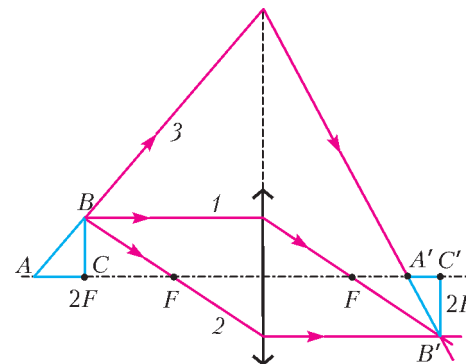


Рис. 23

точки A до линзы равно

$$d_1 = 2F + a.$$

Выразим с помощью формулы линзы расстояние от линзы до точки A' :

$$f = \frac{F(2F + a)}{F + a}$$

и найдем

$$b = A'C' = 2F - f = \frac{Fa}{F + a}.$$

Тогда

$$S' = \frac{ab}{2} = S \frac{F}{F + a} = 41,7 \text{ см}^2.$$

Чтобы построить изображение треугольника, надо сначала построить изображение B' точки B с помощью стандартных лучей (например, лучей 1 и 2), после чего можно использовать луч 3, идущий вдоль AB , который после линзы проходит через B' , и на его пересечении с главной оптической осью найти A' .

В заключение рассмотрим задачи на движение источника и изображения.

Задача 13. Точечный источник находится на главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 6$ см на расстоянии $d = 8$ см от линзы. Линзу начинают смещать со скоростью $v = 3$ мм/с в направлении, перпендикулярном оптической оси. С какой скоростью движется изображение источника?

Решение. Пусть линза движется вверх. Перейдем в систему отсчета, в которой линза неподвижна. В этой системе отсчета источник движется вниз со скоростью v , а поскольку расстояние от изображения до оси в каждый момент в Γ раз

больше, чем расстояние от источника до оси ($\Gamma = \frac{f}{d} = \frac{F}{d-F}$ – увеличение линзы), то изображение движется вверх со скоростью Γv . Применяя формулу сложения скоростей, получаем, что в первоначальной системе отсчета (где источник неподвижен) изображение движется вверх со скоростью

$$v_1 = v + \Gamma v = \frac{dv}{d-F} = 12 \text{ мм/с.}$$

Задача 14. Точечный источник движется со скоростью $v = 2$ мм/с вдоль главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 8$ см. С какой скоростью движется изображение источника в тот момент, когда источник находится от линзы на расстоянии $d = 10$ см?

Решение. Предположим, что источник движется в сторону линзы, тогда d уменьшается, а f увеличивается. Пусть за малое время Δt источник переместился на расстояние Δd , а изображение – на расстояние Δf . Запишем формулу линзы для начальных и конечных положений:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}, \quad \frac{1}{d-\Delta d} + \frac{1}{f+\Delta f} = \frac{1}{F}$$

и вычтем эти уравнения друг из друга. Получим

$$\frac{\Delta d}{d(d-\Delta d)} - \frac{\Delta f}{f(f-\Delta f)} = 0.$$

Пренебрежем Δd и Δf в знаменателе и, разделив на Δt , найдем

$$v_1 = v \frac{f^2}{d^2} = \Gamma^2 v = \left(\frac{F}{d-F} \right)^2 v = 32 \text{ мм/с.}$$

Может показаться удивительным, что скорость увеличивается в Γ^2 раз. Однако это прямо следует из результата, полученного в задаче 11. Действительно, пусть за малое время точка переместилась на малое расстояние Δx . Поскольку в начальной и конечной точках увеличение примерно одинаково и равно Γ , то расстояние между изображениями точек (т.е. перемещение изображения) равно $\Gamma^2 \Delta x$.

Упражнения

1 (ЕГЭ). Линзу, изготовленную из двух тонких сферических стекол одинакового радиуса, между которыми находится воздух (воздушная линза), опустили в воду (рис.24). Как действует эта линза?

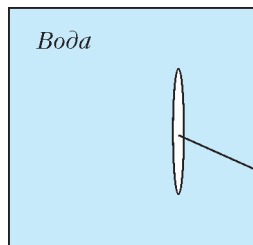


Рис. 24

1) как собирающая линза; 2) как рассеивающая линза; 3) она не изменяет хода луча; 4) может действовать и как собирающая, и как рассеивающая линза.

2. В отверстие в экране вставлена рассеивающая линза с фокусным расстоянием 10 см, на которую падает параллельный пучок

лучей. На расстоянии 30 см от линзы параллельно ее плоскости расположен экран для наблюдения. При замене рассеивающей линзы собирающей такого же диаметра радиус светлого пятна на экране не изменился. Чему равно фокусное расстояние собирающей линзы?

3. Точечный источник света помещен в фокусе собирающей линзы с фокусным расстоянием 6 см. За линзой на расстоянии 12 см от нее расположен плоский экран, на котором видно круглое светлое пятно. На какое расстояние от фокуса линзы надо переместить вдоль оптической оси источник света, чтобы радиус светлого пятна на экране увеличился в 2 раза?

4. Предмет находится на расстоянии 20 см от собирающей линзы с оптической силой 4 дптр. Найдите расстояние от изображения до предмета.

5. Действительное изображение предмета, полученное с помощью собирающей линзы, находится от нее на расстоянии 8 см. Если собирающую линзу заменить рассеивающей с таким же по величине фокусным расстоянием, то мнимое изображение этого предмета будет отстоять от линзы на 2 см. Найдите абсолютную величину фокусного расстояния линз.

6 (ЕГЭ). На оси x в точке $x_1 = 0$ находится оптический центр тонкой рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $F_1 = -20$ см, а в точке $x_2 = 20$ см – центр тонкой собирающей линзы. Главные оптические оси обеих линз лежат на оси x . На рассеивающую линзу по оси x падает параллельный пучок света из области $x < 0$. Пройдя данную оптическую систему, лучи собираются в точке с координатой $x_3 = 60$ см. Найдите фокусное расстояние собирающей линзы F_2 .

7. Точечный источник света находится на расстоянии 12 см от собирающей линзы с фокусным расстоянием 10 см. За линзой на расстоянии 10 см установлено плоское зеркало, перпендикулярное главной оптической оси линзы. На каком расстоянии от линзы находится изображение, образованное лучами, прошедшими через линзу после отражения от зеркала?

8. Высота изображения человека ростом 160 см на фотопленке равна 2 см. Найдите оптическую силу объектива фотоаппарата, если человек сфотографирован с расстояния 9 м.

9. Линза с фокусным расстоянием 8 см формирует увеличенное в 5 раз действительное изображение предмета. Каким должно быть фокусное расстояние другой линзы, чтобы, поместив ее на место первой, мы получили увеличенное в 5 раз мнимое изображение?

10. Собирающая линза дает изображение некоторого предмета на экране. Высота изображения 9 см. Оставляя неподвижными экран и предмет, линзу передвинули к экрану и получили второе четкое изображение высотой 4 см. Найдите высоту предмета.

11 (МФТИ, 2008). Сторона AB квадрата $ABCD$ расположена на оптической оси собирающей линзы, причем расстояние от линзы до точки A в два раза больше фокусного расстояния линзы. Линза создает действительное изображение квадрата. Площадь изображения составляет $3/8$ площади квадрата $ABCD$. С каким увеличением изображается сторона BC ?

12 (ЕГЭ). Небольшой груз, подвешенный на нити длиной 2,5 м, совершает гармонические колебания, при которых его максимальная скорость достигает 0,2 м/с. При помощи собирающей линзы с фокусным расстоянием 0,2 м изображение колеблющегося груза проецируется на экран, расположенный на расстоянии 0,5 м от линзы. Главная оптическая ось линзы перпендикулярна плоскости колебаний маятника и плоскости экрана. Определите максимальное смещение изображения груза на экране от положения равновесия.

13. Собирающую линзу с фокусным расстоянием 10 см перемещают со скоростью 3 мм/с в направлении точечного источника света, находящегося на ее главной оптической оси. С какой скоростью движется изображение в тот момент, когда расстояние между линзой и источником составляет 12 см?