

# ИНФОРМАЦИЯ

## Заочная школа СУНЦ НГУ

В новосибирском Академгородке в составе Специализированного учебно-научного центра физико-математического и химико-биологического профиля Новосибирского государственного университета (СУНЦ НГУ) уже более 45 лет работает созданная по инициативе академика М.А.Лаврентьева Заочная физико-математическая школа (ЗШ).

Ежегодно лучшие ученики 9 и 10 классов ЗШ приглашаются в Летнюю школу, которая проводится в Академгородке с 3 по 23 августа, для участия в конкурсе в СУНЦ НГУ.

Учащиеся ЗШ, успешно выполнившие все задания, по окончании одиннадцатого класса получают удостоверение выпускников Заочной школы СУНЦ НГУ.

Преподаватели обычных и гимназических классов в школах России и стран СНГ могут вести занятия по программам заочной школы СУНЦ НГУ в форме факультативных занятий.

В ЗШ СУНЦ НГУ принимаются все желающие, независимо от возраста. Прием в школу ведется круглогодично. Чтобы стать учеником ЗШ, необходимо прислать заявление, указав класс и отделения, на которых вы хотите учиться, свою фамилию, имя и отчество (печатными буквами), свой подробный адрес с индексом и выполненное первое задание. Задание оформляется в обычной ученической тетради и высылается простой бандеролью. Можно присылать работы и по электронной почте. Требования к оформлению работ в электронном виде и более подробную информацию можно найти на сайте <http://zfmsh.nsu.ru>

Наш почтовый адрес: 630090 Новосибирск, ул. Пирогова, 11, Заочная школа СУНЦ НГУ

Телефон/факс: (383) 363-4066, 339-4066

E-mail: [distant@sesc.nsu.ru](mailto:distant@sesc.nsu.ru) или [zfmsh@yandex.ru](mailto:zfmsh@yandex.ru)

Ниже приводится первое задание по математике для математического отделения и первое задание по физике для физического отделения Заочной школы СУНЦ НГУ.

### ПЕРВОЕ ЗАДАНИЕ

#### Математическое отделение

*Внимание! Необходимо присылать решенное задание класса, в котором вы будете учиться в Заочной школе.*

#### 5 класс

1. В выражении  $1 : 2 : 3 : 4$  расставьте скобки так, чтобы получилось: а) наибольшее число; б) наименьшее число. Объясните полученные результаты.

2. Ваня проехал первую половину пути в 1 км на велосипеде со скоростью 15 км/ч, а вторую половину прошел пешком со скоростью 5 км/ч. Петя все это расстояние пробежал со скоростью 10 км/ч. Кто из мальчиков затратил на путь больше времени и на сколько?

3. Найдите, сколько всего двузначных чисел делятся на 7 без остатка.

4. Найдите сумму  $1000 - 999 + 998 - 997 + \dots + 4 - 3 + 2 - 1$ .

5. На каждую из шести граней кубика произвольным образом помещено одно из чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6 (на всех гранях числа разные). Объясните, почему обязательно найдутся две соседние грани, на которых расположены соседние числа.

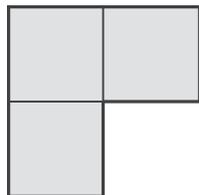


Рис. 1

6. Фигуру, составленную из трех равных квадратов (рис.1), разрежьте на четыре равные между собой фигуры.

#### 6 класс

1. Найдите, сколько всего трехзначных чисел делятся на 7 без остатка.

2. Чему равен наименьший периметр прямоугольника, который можно сложить из 25 маленьких прямоугольников размером  $1 \times 2$  см?

3. В выражении  $1 : 2 : 3 : 4 : 5$  расставьте скобки так, чтобы получилось: а) наибольшее число; б) наименьшее число. Объясните полученные результаты.

4. Скорость течения реки, соединяющей пункты  $A$  и  $B$ , весной равна 2 км/ч, летом 1 км/ч, а скорость катера относительно воды равна 16 км/ч. Определите, весной или летом катеру потребуется меньше времени, чтобы проплыть из  $A$  в  $B$  и обратно.

5. Найдите сумму всех несократимых дробей, больших нуля и меньших единицы, знаменатели которых меньше 10.

6. Фигуру, составленную из пяти равных квадратов (рис.2), разрежьте на четыре равные между собой фигуры.

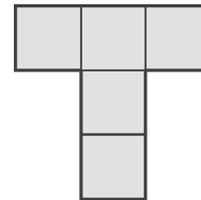


Рис. 2

#### 7 класс

1. В первом случае некоторое число сначала увеличили на 1%, затем полученное число уменьшили на 1%. Во втором случае исходное число сначала уменьшили на 1%, затем полученное число увеличили на 1%. В каком из случаев получился больший результат?

2. Чему равен наименьший периметр прямоугольника, который можно сложить из 20 маленьких прямоугольников размером  $2 \times 3$  см?

3. Внутри квадрата  $ABCD$  взята точка  $M$  так, что расстояния от нее до вершин  $A$  и  $D$  равны стороне квадрата. Найдите величины углов  $MBC$  и  $MCB$ .

4. В зоопарке живут змеи, птицы и тигры – всего 15 голов и 28 ног. Кого больше: змей или тигров и на сколько?

5. Представьте число  $1/3$  в виде суммы шести дробей вида  $1/n$ , все знаменатели которых различны.

6. Известно, что среди 8 монет имеется одна фальшивая, которая легче остальных. Как с помощью двух взвешиваний на рычажных весах без гирек найти фальшивую монету?

#### 8 класс

1. Найдите наименьшее натуральное число, дающее при делении на 4, на 5, на 6 и на 7 остатки, равные 3.

2. Скорость течения реки, соединяющей пункты  $A$  и  $B$ , весной больше, чем летом, а скорость катера относительно воды постоянна. Определите, весной или летом катеру потребуется меньше времени, чтобы проплыть из  $A$  в  $B$  и обратно.

3. Вне квадрата  $ABCD$  взята точка  $M$  так, что расстояния от нее до вершин  $A$  и  $D$  равны стороне квадрата. Найдите величины углов  $AMB$  и  $DMC$ .

4. Докажите, что если  $a + b + c = 0$ , то  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ .

5. С помощью циркуля и линейки постройте трапецию, если заданы ее основания и диагонали.

6. Представьте число  $1/2$  в виде суммы пяти дробей вида  $1/n$ , все знаменатели которых различны.

#### 9 класс

1. Докажите, что если каждое из двух чисел представимо в виде суммы квадратов двух натуральных чисел, то их произведение также можно представить в виде суммы квадратов двух натуральных чисел.

2. Из вершины  $C$  параллелограмма  $ABCD$  опущены перпендикуляры  $CK$  и  $CL$  на стороны  $AB$  и  $AD$  соответственно. Докажите, что  $AB \cdot BK = AD \cdot DL$ .

3. В треугольнике  $ABC$  через центр вписанной окружности параллельно  $AC$  проводится прямая, которая пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Докажите, что  $AM + CN = MN$ .

4. В ящике лежат 70 шаров, из них 20 красных, 20 желтых, 20 зеленых, а остальные – белые и черные. Какое наименьшее число шаров нужно вынуть, чтобы среди них наверняка было 10 шаров какого-нибудь одного цвета?

5. Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих соотношению  $\sqrt{x - \frac{1}{5}} + \sqrt{y - \frac{1}{5}} = \sqrt{5}$ .

6. Можно ли выпуклый 7-угольник разрезать на параллелограммы? Дайте обоснование ответа.

### 10 класс

1. Буратино вышел из школы и пошел домой, а спустя 10 минут из дома в школу на родительское собрание отправился папа Карло. Оба шли по одной и той же дороге с постоянными скоростями. Определите, сколько времени они шли после встречи, если целей они достигли одновременно, а Буратино до встречи шел 18 минут.

2. На продолжении стороны  $AB$  треугольника  $ABC$  отложен отрезок  $BC_1 = kAB$ , на продолжении стороны  $BC$  отложен отрезок  $CA_1 = kBC$ , на продолжении  $CA$  отложен отрезок  $AB_1 = kCA$ , где  $0 < k < 1$ . Найдите отношение площадей треугольников  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$ .

3. Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих соотношению  $\sqrt{\frac{10}{13} + x} + \sqrt{\frac{10}{13} - y} = \sqrt{13}$ .

4. Из середины каждой стороны произвольного треугольника  $ABC$  во внешнюю сторону перпендикулярно стороне восстановлен вектор, длина которого равна длине соответствующей стороны. Докажите, что сумма этих трех векторов равна нулевому вектору.

5. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x^3 + xy = 2, \\ y^3 + 3xy = -3. \end{cases}$

6. На координатной плоскости дана фигура, площадь которой меньше 1. Докажите, что фигуру можно переместить параллельно так, что она не будет содержать ни одной точки с целыми координатами.

### 11 класс

1. Радиус основания прямого кругового конуса равен 4, а высота равна 3. Какую наибольшую площадь может иметь сечение конуса плоскостью, проходящей через его вершину?

2. Решите уравнение

$$\log_2 \left( x^2 - x + \frac{9}{4} \right) + (\log_2 x)(\log_2 4x) = 0.$$

3. В треугольнике  $ABC$  точка  $O$  – центр описанной окружности,  $AH$  и  $CF$  – высоты, проведенные из вершин  $A$  и  $C$  соответственно. Докажите, что  $HF \perp BO$ .

4. Докажите, что  $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > 2(\sqrt{n+1} - 1)$ .

5. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x^3 = 3xy + 3, \\ y^3 = xy - 2. \end{cases}$

6. Из центра каждой грани произвольного тетраэдра  $ABCD$  во внешнюю сторону перпендикулярно грани восстановлен вектор, длина которого равна площади соответствующей

грани. Докажите, что сумма этих четырех векторов равна нулевому вектору.

### Физическое отделение

Внимание! Необходимо присылать решенное задание класса, в котором вы будете учиться в Заочной школе.

#### 8 класс

1. В наполненный до краев водой сосуд опускают кусок льда. Часть воды, объем которой равен объему погруженной части льда, при этом выливается. Изменится ли давление воды на дно, когда лед растает? Ответ обоснуйте.

2. Прямоугольный аквариум с площадью дна  $S = 1500 \text{ см}^2$  заполнен водой до высоты  $h = 30 \text{ см}$ . а) Каково давление воды на дно? Какова сила давления на дно? б) Какова сила давления воды на боковую стенку аквариума, если его ширина  $L = 30 \text{ см}$ ?

3. Два поезда, длины которых  $L_1 = 150 \text{ м}$  и  $L_2 = 100 \text{ м}$ , движутся навстречу друг другу со скоростями  $v_1 = 15 \text{ м/с}$  и  $v_2 = 10 \text{ м/с}$  соответственно. В течение какого времени первый поезд пройдет мимо головы второго? Через какое время с момента встречи поезда разойдутся?

4. Человек, находясь на расстоянии  $L = 28 \text{ м}$  от стены, начал хлопать в ладоши с частотой 3 хлопка в секунду. Эхо приходит к нему точно посередине промежутка времени между хлопками. Найдите скорость звука в воздухе.

5. На равноплечих весах уравновешены свинцовое и алюминиевое тела. Тела опускают в воду. Нарушится ли равновесие? Ответ обоснуйте.

#### 9 класс

1. Мальчик  $1/4$  времени ехал на велосипеде со скоростью  $v$ , затем велосипед сломался, и оставшуюся  $1/3$  часть пути мальчик прошел пешком, волоча велосипед за собой. С какой скоростью мальчик шел пешком? Во сколько раз быстрее он мог бы проделать путь, если бы велосипед не поломался?

2. Под килем стоявшей у пирса баржи была вода высотой  $h = 1,4 \text{ м}$  (рис.3). Какой наибольшей высоты слой зерна можно насыпать на палубу баржи, чтобы она не села на дно? Плотность зерна  $\rho = 700 \text{ кг/м}^3$ , а плотность воды  $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

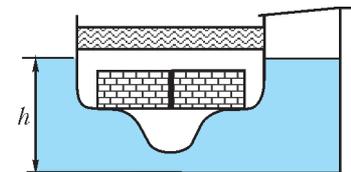


Рис. 3

3. Для того чтобы сделать переменное сопротивление из подручных материалов, экспериментатор сначала сложил отрезок проволоки вдвое. Затем он прикрепил контакт  $A$  к месту изгиба проволоки, а контакт  $B$  – к ее свободному концу (рис.4).

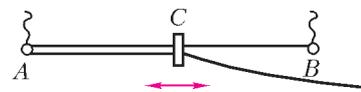


Рис. 4

Потом он подвижной перемычкой  $C$  соединил участки проволоки между собой. При крайнем левом положении перемычки сопротивление между контактами было  $R$ . На какое расстояние от левого контакта нужно передвинуть перемычку, чтобы получить сопротивление  $2/3 R$ ? Длина отрезка  $AB$  постоянна и равна  $L$ .

4. Не сумев подвесить котелок над костром, турист решил нагреть воду, бросая в котелок нагретую в костре гальку. После того как он бросил первый камушек, температура в

котелке повысилась от  $T_1$  до  $T_2$ , после второго – от  $T_2$  до  $T_3$ . Определите температуру, до которой галька нагрелась в костре.

10 класс

1. Турист 2 часа шел на север со скоростью 6 км/ч, затем он сделал привал и потом три часа шел на восток со скоростью 5 км/ч. Определите минимальное время, которое ему необходимо затратить, чтобы вернуться в исходный пункт путешествия, двигаясь со скоростью 5 км/ч.

2. Плавающий тонкостенный стакан объемом  $V$  постепенно наполняли гранулированным материалом. Когда его

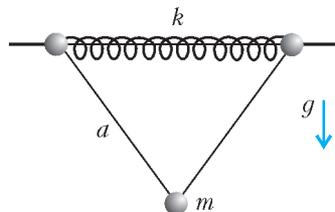


Рис. 5

заполнили полностью, стакан утонул – при этом уровень воды в кастрюле, в которой плавал стакан, понизился на  $h$ . Радиус кастрюли  $R$ , плотность воды  $\rho$ . Определите плотность гранул. Массой стакана пренебречь.

3. Две бусинки нанизаны на горизонтальную спицу и разделены пружиной жесткостью  $k$  (рис.5). Через отверстия бусинок проделали нить, пропустили ее через третью бусинку, имеющую массу  $m$ , и связали концы нити. После того как конструкцию отпустили и она пришла в равновесное состояние, нить образовала правильный треугольник со стороной  $a$ . Определите начальную длину пружины.

4. Автомобиль при неработающем двигателе катится по пологому склону. При отжатой педали тормоза его ускорение равно  $a_1 = 2$  м/с, при нажатой педали оно составляет  $a_2 = -1$  м/с. Какое минимальное число раз водителю нужно будет нажимать на педаль тормоза, чтобы путь 900 м от остановки до остановки пройти со средней скоростью 60 км/ч?

5. Брусок находится на краю ступени лестницы, а между ним и предыдущей ступенью вставлена недеформированная пружина жесткостью  $k$ . Сжимая пружину, брусок сместили влево на расстояние  $L$  и отпустили – он пришел в движение, достиг края ступени и упал на следующую ступень на расстоянии  $L$  от предыдущей (рис.6). Определите коэффициент трения между бруском и лестницей, если высота ступеней  $h$ .

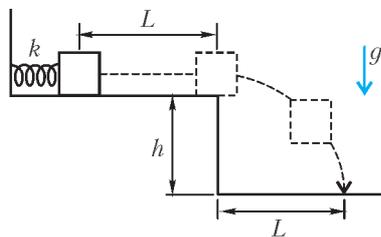


Рис. 6

коэффициент трения между бруском и лестницей, если высота ступеней  $h$ .

11 класс

1. Решите задачу 1 для 10 класса.  
2. Какой должна быть жесткость пружины (рис.7), чтобы перемещенный из точки  $A$  в нижнюю точку  $B$  полусферической чаши радиусом  $R$  шарик массой  $m$  выскочил из нее, после того как его отпустят? Пружина закреплена в точке  $C$  и вначале не деформирована.

3. Вертикально стоящий закрытый цилиндрический сосуд высотой  $H$  разделен легким подвижным поршнем на две равные части (рис.8). Над поршнем имеется слой жидкости плотностью  $\rho$  и высотой  $h$ . Поршень находится в равнове-

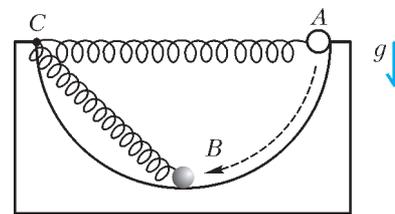


Рис. 7

сии. При этом давление в верхнем отсеке равно  $p$ . Определите давление, которое будет в этом отсеке после того, как сосуд перевернут.

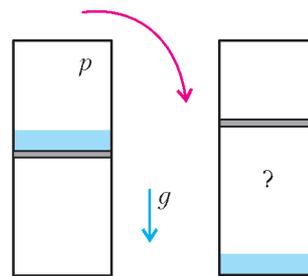


Рис. 8

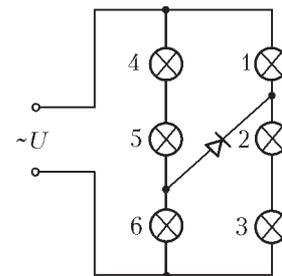


Рис. 9

4. Изображенная на рисунке 9 схема подключена к источнику переменного напряжения. Все лампочки одинаковы, их сопротивление не зависит от накала. Мощность, выделяемая в лампочке 1, равна  $P$ . Определите мощность в остальных лампочках. Изображенный на схеме диод является идеальным проводником для тока, протекающего по направлению стрелки, и изолятором для тока другого направления.

5. Для того чтобы перемещать пучок заряженных частиц массой  $m$ , зарядом  $q$  и скоростью  $v$ , используется изображенное на рисунке 10 устройство. Внутри сеточной коробки шириной  $b$  с нулевым потенциалом находится коробка шириной  $a$ , находящаяся под регулируемым напряжением. Пучок падает под углом  $\alpha$  к нормали коробки. Определите, на сколько сместится пучок, если на внутреннюю коробку подать напряжение  $\phi$ .

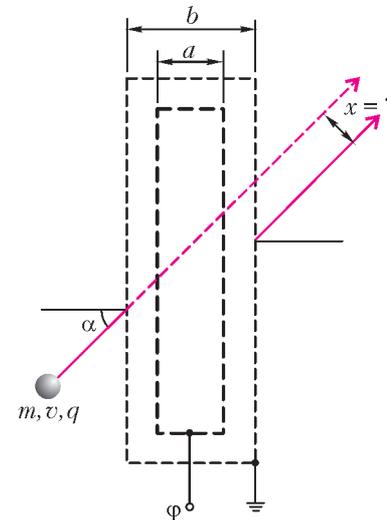


Рис. 10