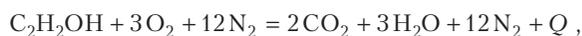


Задача про «Монгольфьер»

С.ВАРЛАМОВ

Дядя Федор решил сделать шар для полетов в воздухе и назвал его «Монгольфьер». Но прежде он проводит дома испытания уменьшенной модели такого шара, склеенной из папиросной бумаги с поверхностной плотностью $0,04 \text{ кг/м}^2$. Модель имеет объем 1 м^3 и массу оболочки $m = 0,19 \text{ кг}$. Шар подвешивается к потолку на нитке. Для заполнения шара горячим воздухом дядя Федор использует горючее вещество из папиной коллекции – этиловый спирт ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) с удельной теплотой сгорания в воздухе $\lambda = 2,7 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг}$. Пренебрегая теплоемкостью оболочки и потерями тепла через стенки шара, он оценивает минимальное количество этилового спирта, которое необходимо сжечь, чтобы шар перестал натягивать нитку, на которой висит. Считается, что давление атмосферного воздуха $p = 10^5 \text{ Па}$, его температура $t_0 = +20 \text{ }^\circ\text{C}$.

Схему химической реакции горения этилового спирта в воздухе можно представить в виде такого уравнения:



где Q – количество теплоты, выделившееся при сгорании спирта. В написанном уравнении присутствует азот (в правильном соотношении к кислороду), хотя в самой химичес-

кой реакции он не участвует (азот составляет примерно 80% состава воздуха, а кислород – только около 20%). В процессе полного сгорания спирта из каждых трех молекул кислорода (слева от знака равенства) образуются пять молекул продуктов сгорания (справа от знака равенства). До реакции в газообразном состоянии находилось пятнадцать молекул, а после реакции их стало семнадцать. Будем считать, что тепловая энергия выделилась в воздухе, который состоит только из двухатомных молекул и имеет среднюю молярную массу $M = 0,029 \text{ кг/моль}$.

Плотность материала оболочки шара значительно больше плотности окружающего шар воздуха, которая равна $\rho_0 = Mp/(RT_0) \approx 1,2 \text{ кг/м}^3$. Чтобы шар перестал натягивать нитку, плотность ρ нагретшегося воздуха вместе с продуктами сгорания спирта внутри шара и объем V этой нагретой части воздуха должны соответствовать неравенству

$$(\rho_0 - \rho)V \geq m.$$

При этом температура воздуха внутри шара должна стать равной

$$T = T_0 \frac{\rho_0}{\rho}.$$

Масса нагретшегося воздуха равна ρV , и нагрелся этот воздух на $\Delta T = T_0(\rho_0 - \rho)/\rho$ в процессе с постоянным давлением, т.е. с молярной теплоемкостью C_p . Следовательно, минимальное необходимое количество теплоты равно

$$Q = C_p \frac{\rho V}{M} \Delta T = \frac{C_p m T_0}{M}.$$

Для воздуха $C_p = 7R/2$. Отсюда минимальное количество спирта, которое нужно сжечь, составляет

$$m_{\text{сп}} = \frac{Q}{\lambda} = \frac{7RmT_0}{2M\lambda} = \frac{7 \cdot 8,31 \cdot 0,19 \cdot 293}{2 \cdot 29 \cdot 10^{-3} \cdot 2,7 \cdot 10^7} \text{ кг} \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг}.$$

Получается, что минимальное количество спирта пропорционально произведению температуры окружающего воздуха и массы груза, который нужно поднять. Это количество не зависит от того, какая часть воздуха внутри шара прогрелась, лишь бы не было тепловых потерь наружу.

Теперь время задать главный вопрос: а хватит ли запасов папиной коллекции – приблизительно 0,8 л спирта, – чтобы оторвать от земли дядю Федора, если его масса 50 кг, а суммарная масса оболочки и корзины спроектированного им полномасштабного шара «Монгольфьер» равна массе мальчика, т.е. общая поднимаемая масса составляет $M = 100 \text{ кг}$?

Для отрыва от земли дяди Федора вместе с корзиной и оболочкой шара «Монгольфьер» потребуется в M/m раз больше топлива, т.е. 1,1 кг спирта, а в папиной коллекции всего около 0,8 кг. Вывод: запасов в папиной коллекции не хватит.

Но у дяди Федора есть коварная (для папы) мысль: провести эксперимент зимой, тогда температура T_0 будет меньше, и топлива тоже потребуется меньше!

Заметим, что в наших расчетах мы с дядей Федором не рассматривали нагрев оболочки и тепловые потери через оболочку. Для анализа этих явлений и учета их влияния на результат эксперимента можно воспользоваться подсказками. Они есть, например, в статье «Путешествие на воздушном шаре», опубликованной в третьем номере «Кванта» за 2004 год.

