порассуждать тоньше! Если после первого взвешивания одному из исходов соответствует не меньше четырех случаев, то нам и второго взвешивания не хватит: ведь если трем исходам второго взвешивания соответствуют четыре случая, то какому-то из этих исходов соответствует не меньше двух случаев! Тот же принцип Скуперфильда – не забыли еще? И потому случись такой исход – потребуется новое взвешивание, уже третье!

– А если... после первого взвешивания каждому исходу соответствуют ровно три случая? – неуверенно предположил Скрягинс. – Всего случаев 9, и это как раз...

– Ага, сообразили! – обрадовался Скуперфильд. – То-то и оно: если первым взвешиванием мы сумеем разделить случаи поровну по трем исходам, то это даст нам надежду покончить с проблемой уже вторым взвешиванием! Но как это сделать?

– А что тут сложного? – возразил Скрягинс. – Кладем на каждую чашку весов по одной монете. Тогда если одна из них перевесит...

– А если равновесие? – перебил Скуперфильд, злорадно улыбаясь; его улыбка, правда, больше походила на устрашающую гримасу. – Тогда у вас останется на подозрении аж пять случаев: 3Л, 3Т, 4Л, 4Т и Н. Попробуйте распознайте их за одно оставшееся взвешивание!

– И правда, не выходит... – задумался Скрягинс. – Тогда положим по две монеты. Если равновесие – то все хорошо: фальшивой монеты нет.

– А если неравенство? Получается по 4 случая на каждый исход, какая бы чашка ни перевесила. Ну так что?

– Не знаю... – развел руками Скрягинс. – Других-то способов и нет. Нельзя же класть на чашки разное число монет.

– Еще бы! – воскликнул Скуперфильд. – Тогда уж точно чашка с бо́льшим числом монет в любом случае перевесит – ведь фальшивая монета ненамного отличается по весу от настоящей. Такое взвешивание не даст вам ничего!

– Значит, двумя взвешиваниями все-таки не обойтись?

– Это вам не обойтись! – гордо заявил Скуперфильд. – А я обошелся. Еще чего не хватало – лишний сантик выкладывать! Да еще Жадингу! Хватит с него и двух!

– Но... каким образом?

– А вот каким! – Скуперфильд вновь жутко улыбнулся, а затем полез в карман, достал оттуда серебряный фертинг и покрутил монету перед носом Скрягинса. – Я сделал вот так – и победил!

– Не понимаю.

– Сейчас объясню. Когда, выложив все четыре монеты перед весами, я сообразил, что не годится класть на чашки при первом взвешивании ни по одной, ни по две монеты, я подумал: а кто мне помешает использовать другие настоящие монеты, которые у меня есть? Пошарив в карманах, я нашел то, что требовалось: прекрасный серебряный фертинг – этакий эталон. Поэтому первым взвешиванием я положил на левую чашку весов 1-ю и 2-ю монеты, а на правую – 3-ю и эталонную. И тем самым я распределил-таки все возможные 9 случаев по трем исходам. Обратите внимание: если перевесит левая чашка, значит, имеет место какой-то из трех случаев: 1Т, 2Т или 3Л. Если же перевесит правая, то опять же один из трех: 1Л, 2Л или 3Т. А при равновесии будет 4Л, 4Т или Н. Все! Дальнейшее – проще пареной репы. Как вторым взвешиванием выявить один случай из трех – вы и сами сообразите.

– Ну-ка попробую! – загорелся Скрягинс. Так... если надо выявить один случай из первых трех (1Т, 2Т, 3Л), то, наверное, лучше всего сравнить 1-ю и 2-ю монеты. Какая перевесит – та и фальшивая. Если же будет равенство, то фальшивая – 3-я. Из вторых трех (1Л, 2Л, 3Т) – тоже понятно как, даже и говорить не будем. Последние же три (4Л, 4Т, Н) – вполне очевидно: сравниваем 4-ю монету и эталон. Если равновесие – то фальшивых монет нет, если же нет – то 4-я монета фальшивая (легче она или тяжелей – все равно).

– Хвалю! – великодушно произнес Скуперфильд. – Именно так я и делал. И монета, кстати, оказалась настоящей! Вот вам и прибыль от математики!

– Какая же прибыль? Монету вы нашли без всякой математики, разве что один сантик на взвешиваниях сэкономили...

– А этого разве мало? Если каждый день по сантику – сколько это за год получается? А за десять лет? То-то же! И вообще, как говорит очень мудрая пословица, сантик фертинг бережет.[4] Я ее никогда не забываю!

Примечание напоследок. Описанную здесь задачу в более общем виде поставил и решил хорватский математик В.Давиде в середине прошлого века. Она формулируется так. Дано $\frac{3^n-1}{2}$ монет (n – натуральное). Среди них имеется не более одной фальшивой монеты, которая отличается от настоящих по весу (но неизвестно, в какую сторону). Кроме того, есть еще одна настоящая монета – «эталонная». Тогда за n взвешиваний на чашечных весах без гирь всегда можно выделить фальшивую монету и узнать, легче или тяжелее она, чем настоящая (либо же убедиться, что фальшивой монеты нет вообще). При отсутствии же эталонной монеты n взвешиваниями обойтись не удастся – именно потому, что не удастся распределить все возможные случаи (а их всего 3^n) поровну между тремя первыми же взвешиваниями.

[4] *У нас на Земле тоже есть такая пословица, но она в разных странах звучит по-разному.*