

Обозначим силу натяжения нити через T (она всюду одинакова). Тогда ускорение груза массой M направлено вправо и равно

$$a = \frac{2T}{M}.$$

Ускорение груза массой $2M$ направлено влево и равно

$$b = \frac{2T}{2M}.$$

Через малый отрезок времени, прошедший с момента отпускания грузов, грузы сдвинутся совсем немного, тогда можно считать, что нить с грузом массой m пока вертикальна и ускорение этого груза направлено вниз. Запишем для груза массой m уравнение движения:

$$mg - T = mc$$

и связь его ускорения c с ускорениями других грузов:

$$c = 2a + 2b = \frac{4T}{M} + \frac{4T}{2M} = \frac{6T}{M}.$$

Отсюда найдем искомое ускорение:

$$c = \frac{g}{1 + M/(6m)}.$$

П. Митюшкин

Ф1864. На горизонтальном столе находится очень легкий клин с углом $\alpha = 30^\circ$ при основании (рис. 1). На него поставили тяжелый тонкий обруч и отпустили его без начальной скорости. Коэффициент трения между обручем и клином $\mu = 0,7$. При каком коэффициенте трения между клином и столом клин останется неподвижным?

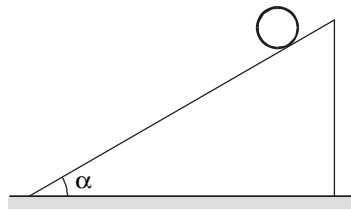


Рис. 1

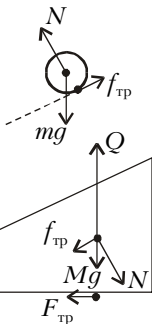
Трение между обручем и клином велико, поэтому обруч катится по клину без проскальзывания (мы это обязательно проверим!). При таком движении полная энергия обруча (поступательного и вращательного движений) при скорости его центра v равна mv^2 . Запишем баланс энергий для начального момента и через промежуток времени τ , когда скорость центра обруча достигла значения v :

$$mv^2 = mg\Delta h,$$

или

$$m(a\tau)^2 = mg(a\tau^2/2)\sin\alpha.$$

Рис. 2



Отсюда найдем ускорение обруча:

$$a = \frac{g \sin \alpha}{2}.$$

Для сил трения и реакции опоры, действующих на обруч (рис. 2), получим

$$f_{\text{тр}} = mg \sin \alpha - ma = \frac{mg \sin \alpha}{2} \text{ и } N = mg \cos \alpha.$$

Теперь запишем условие неподвижности клина в проекциях на вертикальное и горизонтальное направления:

$$Mg + N \cos \alpha + f_{\text{тр}} \sin \alpha - Q = 0$$

и

$$F_{\text{тр}} + f_{\text{тр}} \cos \alpha - N \sin \alpha = 0,$$

где

$$F_{\text{тр}} = \mu_1 Q.$$

Отсюда найдем искомый коэффициент трения μ_1 между ду клином и столом:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \frac{F_{\text{тр}}}{Q} = \frac{N \sin \alpha - f_{\text{тр}} \cos \alpha}{Mg + N \cos \alpha + f_{\text{тр}} \sin \alpha} = \\ &= \frac{mg \sin \alpha \cos \alpha}{2Mg + 2mg \cos^2 \alpha + mg \sin^2 \alpha} \approx \\ &\approx \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = \frac{\sqrt{3}}{7} \approx 0,25. \end{aligned}$$

Здесь мы учли, что клин очень легкий, а обруч тяжелый, т.е. что $M \ll m$.

М. Учителев

Ф1865. В сосуде объемом $V = 100$ л находится гелий при давлении $p = 0,5$ атм и температуре $T = 350$ К. Давление снаружи немного возросло, и объем сосуда изменился, при этом температура газа увеличилась на $\Delta T = 1$ К, а в окружающую среду было отдано количество теплоты $Q = 20$ Дж, после чего в сосуде установилось равновесие. Оцените, на сколько изменился объем сосуда и давление газа в сосуде.

Внутренняя энергия газа увеличилась на

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \frac{pV}{T} \Delta T \approx 21,5 \text{ Дж}.$$

Из баланса энергий видно, что работа внешних сил над газом равна

$$A = \Delta U + Q \approx 41,5 \text{ Дж}.$$

Ясно, что давление изменилось на очень небольшую часть ($\Delta p \ll p$) и для расчета работы давление можно считать практически постоянным. Тогда

$$A = p\Delta V, \text{ и } \Delta V = \frac{A}{p} \approx 0,83 \text{ л}.$$

Итак, объем уменьшился на $\Delta V \approx 0,83$ л.

Теперь оценим изменение давления. Из уравнения состояния идеального газа $pV = \nu RT$ получим

$$\frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta T}{T},$$