

числа $1, 2, \dots, p$, во второй строке (столбце) $p + 1, p + 2, \dots, 2p$, и т.д. Пусть A – подмножество нашего множества таблиц, в котором каждую таблицу можно получить из правильной операциями перестановки столбцов и перестановки строк, B – подмножество, в котором операциями прибавления числа 1 ко всем числам строки или столбца из любой таблицы можно получить таблицу с равными числами. Докажите, что $A = B$ тогда и только тогда, когда p простое.

Д.Калинин

M1869. а) Решите уравнение

$$\sin^8 x + \frac{1}{\sin^3 x} = \cos^8 x + \frac{1}{\cos^3 x}.$$

б) Пусть $x > 0, y > 0, x \neq y, n, m$ – натуральные,

$$x^n + \frac{1}{x^m} = y^n + \frac{1}{y^m}.$$

Докажите, что

$$x^2 + y^2 > \left(\frac{16}{9}\right)^{\frac{1}{n+m}}.$$

В.Сендеров

M1870. а) На плоскости даны точки A, B, C, D общего положения (т.е. никакие три из них не лежат на одной прямой). Известно, что углы между прямыми AB и CD, AC и BD, AD и BC равны. Докажите, что они прямые.

б) Углы между противоположными ребрами тетраэдра равны. Верно ли, что они прямые?

А.Заславский

Ф1868. Игрушечная пушка может стрелять под любым углом к поверхности земли, скорость вылета ядра $v_0 = 30$ м/с. Тонкая стена имеет высоту $H = 40$ м. На какое максимальное расстояние можно забросить снаряд от точки выстрела при условии, что снаряд должен перелететь через стену? Стрелять можно из любого места земной поверхности перед стеной. Принять ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², сопротивлением воздуха пренебречь.

А.Повторов

Ф1869. Система из двух грузов массами M и $M/2$, к которым прикреплены легкие блоки, движется по гладкому горизонтальному столу под действием силы F_0 (рис. 2). С каким ускорением движется точка нити, к которой приложена сила? Масса нити очень мала. Свободные куски нити считать горизонтальными, растяжением нити пренебречь.

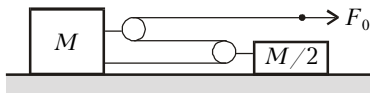


Рис.2

Ф1870. На гладком горизонтальном столе покоится глубокая тарелка, на дне которой лежит маленькая, но массивная монета. Тарелку резко толкают в горизонтальном направлении так, что монета сразу после удара еще не движется. В процессе дальнейшего движения монета поднимается по стенке тарелки на максимальную высоту h . Найдите максимальное и минимальное значения кинетической энергии тарелки при движе-

М.Учителев

нии. Трения в системе нет, монета при движении не отрывается от внутренней поверхности тарелки, суммарная масса тарелки и монеты равна M . Тела все время двигаются вдоль одной прямой.

А.Зильберман

Ф1871. Порция гелия вначале расширяется в 3 раза при постоянном давлении, потом охлаждается при постоянном объеме, затем ее сжимают без подвода тепла, пока давление и объем не вернуться к начальным значениям. Известно, что в этом цикле максимальная температура была в 6 раз больше минимальной. Найдите КПД цикла.

А.Простов

Ф1872. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы каплю ртути массой $m = 20$ г «запихнуть» в стеклянный капилляр с внутренним диаметром $d = 1$ мм? Считайте, что плотность ртути в $n = 14$ раз больше, чем плотность воды, коэффициент поверхностного натяжения ртути $\sigma = 0,5$ Дж/м². Ртуть не смачивает стекло.

Р.Стеклов

Ф1873. Реклама чудо-нагревателя «Интеллекнтное тепло» утверждает, что для нагревания воздуха в обычной жилой комнате объемом 50 м³ от 20 °С до 21 °С зимой, когда температура воздуха на улице равна -10 °С, достаточно всего 10 кДж электроэнергии. Возможно ли это хотя бы в принципе? Перекачивать в комнату тепло от более нагретых тел нельзя!

З.Рафаилов

Ф1874. Пять резисторов соединены между собой, как показано на рисунке 3. Сопротивление одного из них (неизвестно – какого) равно 200 Ом, остальные имеют сопротивления по 100 Ом каждый. Какой из резисторов нужно удалить из схемы («вырезать»), чтобы сопротивление между выводами A и B изменилось меньше всего?

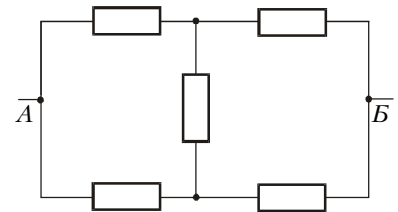


Рис.3

З.Мостов

Ф1875. Конденсаторы емкостями 1 мкФ и 2 мкФ соединены последовательно. Каждый из них может выдержать напряжение 200 В (так написано в документации). Можно ли их подключать крайними выводами к сети переменного напряжения 220 В? А к источнику постоянного напряжения 220 В? Диэлектрик – промасленная бумага (самый распространенный тип конденсатора такой емкости в недавнем прошлом).

А.Повторов

Ф1876. Конденсатор емкостью C зарядили до напряжения U_0 и подключили к катушке индуктивностью L , после чего в цепи возникли колебания. В некоторый момент к выводам конденсатора подключают параллельно соединенные резистор сопротивлением R и еще одну катушку индуктивностью $3L$. Найдите максимальное и минимальное количества теплоты, которые могут выделяться в резисторе за достаточно большой интервал времени. Считайте элементы цепи идеальными.

Р.Александров