

равная

$$q \frac{E_1 - E_2}{2} = \frac{q^2 x}{2\epsilon_0 S d}$$

и направленная к ближайшей пластине. Разность давлений газа на поршень равна

$$\Delta p = p_1 - p_2 = p_0 \frac{d}{d-x} - p_0 \frac{d}{d+x} = \frac{2p_0 dx}{d^2 - x^2}.$$

Условие равновесия поршня

$$\frac{2p_0 dx S}{d^2 - x^2} = \frac{q^2 x}{2\epsilon_0 S d}$$

имеет решения

$$x = 0 \text{ и } x = \pm d \sqrt{1 - 4\epsilon_0 p_0 S^2 / q^2}.$$

Последние два решения имеют смысл, если под корнем положительное число, т.е. если заряд достаточно велик, тогда первое решение (отсутствие сдвига) неустойчиво. Если же заряд мал, остается только решение  $x = 0$ . При этом заряд не обязательно компенсировать: поле снаружи несущественно.

4. Разность плотностей воздуха и водорода около  $1 \text{ кг/м}^3$ , плотность человека порядка  $1000 \text{ кг/м}^3$ . Надо набрать объем, примерно в 1000 раз больший, чем занимает человек, т.е. около 6000 л. Объем шарика радиусом 20 см составляет 30 л. Значит, потребуется минимум 200 шариков, а с учетом их веса – порядка 400 шариков.

5. При небольшом наклоне скорость почти перпендикулярна стенке, шарик останавливается и затем разгоняется обратно в основном силой реакции стенки. Шарик отскакивает, хотя и не вполне упруго (как из-за вращения, так и из-за неупругости деформации: вертикально падающий на пол шарик тоже отскочит на меньшую высоту). При большом наклоне силы реакции стенки и плоскости одного порядка и почти поперечны направлению отскока; в торможении основную роль играют силы трения, которые после остановки уже не разгоняют шарик в обратном направлении.

При достаточно малом угле между плоскостью и стенкой возможно заклинивание: после остановки силы трения сменяют знак и силы реакции не смогут вытолкнуть шарик. Даже без трения потери возросли бы: вместо одного удара можно говорить о серии ударов, в каждом из которых теряется часть энергии.

Российский государственный педагогический университет им. А.И.Герцена

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. а)  $\mathbf{R}$ , если  $n = 2$ ;  $(-\infty; -n - \sqrt{n^2 - 7}) \cup (-n + \sqrt{n^2 - 7}; +\infty)$ , если  $n \geq 3$ ; б) см. рис.5; в)  $a = 0$  или  $a \geq 2$ .

2.  $-\frac{\pi}{10} + \frac{2\pi k}{5} < x < -\frac{\pi}{30} + \frac{2\pi k}{5}$ ,  $k \in \mathbf{Z}$  или  $\frac{\pi}{10} + \frac{2\pi n}{5} < x < \frac{7\pi}{30} + \frac{2\pi n}{5}$ ,  $n \in \mathbf{Z}$ . 3.  $\frac{8R^2\sqrt{3}}{3}$ . 4.  $\frac{S\sqrt{S}}{3}$ .

5. 2) Неверно: например,  $a = 13$  обладает свойством в), но  $a + 2$  не является четным.

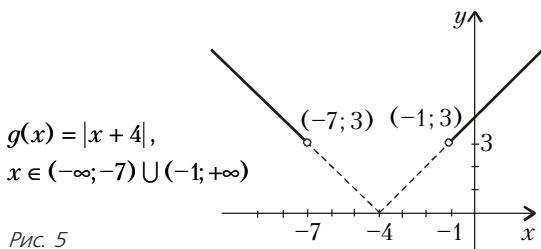


Рис. 5

Вариант 2

1. а)  $(-2; 1]$ , если  $n = 1$ ;  $(-2; 2)$ , если  $n = 2$ ;  $(-2; 2) \cup (2; n]$ , если  $n \geq 3$ ; б) см. рис.6; в)  $(-2; \frac{5}{3}) \cup (\frac{7}{3}; 5)$ .

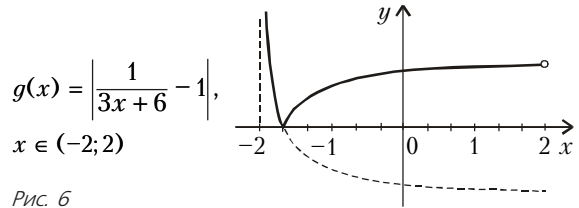


Рис. 6

2.  $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{4}$ ,  $k \in \mathbf{Z}$  или  $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}$ ,  $n \in \mathbf{Z}$ . 3.  $5\sqrt{2}$ .

4.  $V = \frac{a^3}{2}$ ;  $S = a^2(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})$ .

5. б) Неверно: например, если  $a = 3$  и  $b = 2$ , то  $a > b$ , но  $(-\infty; 3] \not\subset (-\infty; 2]$ .

Российский государственный технологический университет им. К.Э.Циолковского

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. 1.  
2.  $\pm \left( (-1)^n \frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3} \right)$ ,  $n \geq 1$ ;  $\pm \left( \frac{5\pi}{36} + \frac{2\pi n}{3} \right)$ ,  $n \geq 0$ ;  $n \in \mathbf{Z}$ .  
3.  $(-\infty; -31) \cup \left( \frac{3}{2}; +\infty \right)$ . 4. 19.  
5.  $a = -2$ ;  $-1 \leq a < -\frac{1}{2}$ ;  $0 < a \leq 1$ . 6.  $\frac{8(3\sqrt{3} - 2)}{3(\sqrt{3} - 1)^2}$ .

Вариант 2

1. 4. 2.  $\frac{7 + \pi\sqrt{14 - \pi^2}}{2}$ ,  $\frac{7 - \pi\sqrt{14 - \pi^2}}{2}$ .  
3.  $-\frac{7}{2} \leq x < -3$ . 4. 1251.  
5.  $a = -2$ ;  $-\frac{2}{\sqrt{3}} \leq a < -\frac{2}{3}$ ;  $0 < a < \frac{2}{\sqrt{3}}$ . 6.  $\frac{16}{7 - 4\sqrt{3}}$ .

ФИЗИКА

Вариант 1

1.  $q \approx 10^{-8}$  Кл. 2.  $I_{\text{н}} = 3,2 \cdot 10^{-4}$  А. 3.  $\mu = 0,4$ .  
4.  $A = 18,8 \cdot 10^3$  Дж. 5.  $F \approx 10^{-5}$  Н. 6.  $\alpha = 1/4$ .

Вариант 2

1.  $v = 5$  м/с. 2.  $\eta \approx 67\%$ . 3.  $T \approx 0,9$  с.  
4.  $m = 3$  кг. 5.  $\rho \approx 5 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. 6.  $Q = \frac{1,8\pi R^2 F_m}{kq}$ .

Российский государственный университет нефти и газа им. И.М.Губкина

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. -24. 2. 11. 3. 48. 4. -0,2. 5. -11. 6. 3. 7. 0,25. 8. -70.  
9. -16. 10. 9. 11. 150. 12. 0,7.