

6. $(\sqrt{a^2 - 4a - 140}; 4)$ при $a \in (-\infty; -15) \cup (17; +\infty)$;
 $(\sqrt{a^2 - 144}; 2)$ при $a \in [-13; -12) \cup (12; 15)$. 7. $\frac{21}{4}$.

Новосибирский государственный университет

ФИЗИКА

Вариант 1

1. В момент разрыва бумаги высоту поршня h находим из условия $p_0 H = (p_0 + \Delta p)h$. Далее – свободное падение:

$v = \sqrt{2gh}$. Отсюда

$$v = \sqrt{\frac{2gHp_0}{p_0 + \Delta p}}.$$

2. При опускании поршня сохраняется энергия:

$$\frac{3}{2}vRT_0 + mgh = \frac{3}{2}vRT.$$

Вначале поршень находился в равновесии:

$$mg = \frac{p_0 S h}{h} = \frac{vRT_0}{h}.$$

Отсюда

$$T = T_0 + \frac{2mgh}{3vR} = \frac{5}{3}T_0.$$

3. Сила Лоренца действует в пределах наклонной плоскости и перпендикулярна скорости. При установившейся скорости v все силы в плоскости уравновешиваются. Удобно рассмотреть проекции сил поперек и вдоль скорости, которая отклоняется от направления наискорейшего спуска на угол β :

$$mg \sin \alpha \sin \beta = qvB, \quad mg \sin \alpha \cos \beta = \mu mg \cos \alpha.$$

Отсюда

$$\cos \beta = \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha}, \quad v = \frac{mg \sqrt{\sin^2 \alpha - \mu^2 \cos^2 \alpha}}{qB}.$$

Если $\operatorname{tg} \alpha < \mu$, тело не движется.

4. После испарения молекулы воды непременно перемешиваются с молекулами воздуха. Число молей водяного пара равно $v = m/M = 10 \text{ кг}/0,018 \text{ кг/моль} \approx 500 \text{ моль}$. Объем замещаемого паром воздуха равен

$$V = \frac{vRT}{p_a} = \frac{500 \text{ моль} \cdot 8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 300 \text{ К}}{10^5 \text{ Па}} \approx 10 \text{ м}^3 = 10^4 \text{ л}.$$

Искомый объем можно оценить и как 10^3 объемов ведра, полагая, что воздух на три порядка легче воды.

5. Вблизи линзы препятствие перекрывает небольшую часть светового пучка и лишь немного ослабляет яркость пятна на экране. Полное перекрытие пучка где-то между линзами указывает, что там есть точка фокусировки.

Вариант 2

1. Ускорение тел при совместном движении равно $a = F/(m_1 + m_2)$. Для тела массой m_1 : $m_1 a = kq^2/R^2$. Отсюда

$$F = \frac{kq^2}{R^2} \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right).$$

2. В начальном состоянии давление под поршнем равно $p_0 + mg/S = 1,5p_0$. Можно считать, что первое слагаемое обусловлено давлением пара воды, а второе – воздухом под поршнем. После охлаждения давление под поршнем не изменится, но будет целиком обеспечиваться воздухом. Из уравнения состояния

$$\frac{0,5p_0 S H}{T_1} = \frac{1,5p_0 S h}{T_2}$$

находим

$$h = H \frac{T_2}{3T_1} \approx 0,05 \text{ м} = 5 \text{ см}.$$

Поршень сместится на 15 см.

3. При максимуме тока через катушку индуктивностью L напряжение на катушке (как и на конденсаторе) нулевое. Вся энергия сосредоточена в катушке и равна $LI^2/2$. Энергия после замыкания сохраняется. В момент максимума тока через катушку индуктивностью L_1 на конденсаторе опять нет напряжения:

$$\frac{LI^2}{2} = \frac{LI_2^2}{2} + \frac{L_1 I_1^2}{2}.$$

Токи в катушках связаны условием равенства напряжений: $|L\Delta I_2/\Delta t| = L_1\Delta I_1/\Delta t$, тогда, с учетом знака (уменьшение I_2), для любого момента времени можно записать

$$L(I - I_2) = L_1 I_1, \text{ или } LI_2 + L_1 I_1 = LI$$

(сохранение магнитного потока). Окончательно получаем

$$I_1 = \frac{2LI}{L + L_1}.$$

(Можно отметить аналогию с упругим ударом: индуктивности соответствуют массам, токи – скоростям, конденсатор «обеспечивает» упругое взаимодействие.)

4. Мощность равна $N \approx \Delta p V/t$, где Δp – разность артериального и венозного давлений, равная примерно 100 мм рт.ст. Ее можно оценить также как давление столба крови высотой в 1 м (порядка роста человека). Выталкиваемый сердцем объем крови V – это величина порядка 100 см^3 . Отсюда получаем $N \approx \frac{100 \text{ мм рт.ст} \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 10^{-4} \text{ м}^3}{760 \text{ мм рт.ст} \cdot 1 \text{ с}} \approx 1,3 \text{ Вт} \sim 1 \text{ Вт}$.

5. Положение пробирки грузом вниз устойчиво, и силы трения о стенку невелики, даже если при всплывании имеется контакт. Если же пробирка расположена вверх дном, она стремится перевернуться и упирается в стенки трубки, что создает заметные силы реакции и трения.

Вариант 3

1. Начальная вертикальная скорость равна

$$v = \frac{g(t_1 + t_2)}{2}$$

(в момент $(t_1 + t_2)/2$ высота максимальна). Высота в момент t_1 составляет

$$h = vt_1 - \frac{gt_1^2}{2} = \frac{gt_1 t_2}{2}.$$

2. Скорость бусинки u всегда вдвое больше горизонтальной составляющей v скорости груза; перед ударом скорости связаны соотношением $u = 2v$. Закон сохранения энергии дает уравнение

$$\frac{Mv^2}{2} + \frac{mu^2}{2} = MgL.$$

Отсюда получаем

$$v = \sqrt{\frac{2MgL}{M + 4m}}, \quad u = 2\sqrt{\frac{2MgL}{M + 4m}}.$$

3. Имеем два параллельно включенных конденсатора. При сдвиге поршня на x заряд перераспределяется между его сторонами, в сумме оставаясь равным начальному:

$$q_1 + q_2 = q,$$

а напряжения на конденсаторах одинаковые:

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2}, \quad C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d - x}, \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d + x}.$$

Напряженности полей равны, соответственно,

$$E_1 = \frac{q_1}{C_1(d - x)} = \frac{q_1}{\epsilon_0 S}, \quad E_2 = \frac{q_2}{C_2(d + x)} = \frac{q_2}{\epsilon_0 S}.$$

Поршень находится в поле внешних пластин с напряженностью $(E_1 - E_2)/2$, на него действует электрическая сила,