

задачи списка находятся в «черном ящике»; указать, как эти элементы расположены; определить характеристики элементов. В качестве источника света использовалась лазерная указка. Эта задача оказалась самой интересной и в то же время самой трудной для участников олимпиады. В «черном ящике» находились две дифракционные решетки, причем щели решеток были ориентированы перпендикулярно друг другу и оси «черного ящика». А между решетками располагалась наклоненная к оси «черного ящика» плоскопараллельная пластинка. Искомые характеристики элементов являлись периоды дифракционных решеток, толщина пластинки и угол ее наклона.

Теоретический тур

Задача 1. Подземный радар

Подземный радар используется для обнаружения и определения местоположения объектов под земной поверхностью путем излучения электромагнитных волн в землю и регистрации волн, отраженных от этих объектов. Антенна и детектор располагаются непосредственно на земле и практически в одном и том же месте.

Линейно поляризованная плоская электромагнитная волна с круговой частотой ω распространяется в направлении z и описывается следующим выражением для напряженности электрического поля:

$$E = E_0 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z), \quad (1)$$

где E_0 – постоянная величина, α – коэффициент затухания и β – волновое число, для которых справедливы формулы

$$\alpha = \omega \left(\frac{\mu \epsilon}{2} \left(\left(1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2} \right)^{1/2} - 1 \right) \right)^{1/2}, \quad (2)$$

$$\beta = \omega \left(\frac{\mu \epsilon}{2} \left(\left(1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2} \right)^{1/2} + 1 \right) \right)^{1/2}.$$

Здесь μ, ϵ и σ – абсолютная магнитная проницаемость, абсолютная диэлектрическая проницаемость и электрическая проводимость соответственно ($\mu = \mu_r \mu_0, \epsilon = \epsilon_r \epsilon_0, \mu_r$ – относительная магнитная проницаемость, ϵ_r – относительная диэлектрическая проницаемость).

Отраженный сигнал не регистрируется, если амплитуда радарного сигнала, достигающего объекта, уменьшается в e раз ($\approx 37\%$) от своего начального значения. В данном радаре обычно используются электромагнитные волны с различными частотами в диапазоне от 10 МГц до 1000 МГц.

Качество работы радара зависит от его разрешения. Разрешение определяется минимальным расстоянием между двумя объектами, которые еще можно различить радаром. Минимальное расстояние соответствует минимальной разности фаз в 180° между двумя отраженными волнами, принятыми детектором.

Далее предполагайте, что земля является немагнитной средой (т.е. $\mu = \mu_0$), удовлетворяющей условию $\left(\frac{\sigma}{\epsilon \omega} \right)^2 \ll 1$.

Используйте следующие значения констант: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м и $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Вопросы:

1) Выведите выражение для скорости распространения сигнала v через μ и ϵ , используя уравнения (1) и (2). (1 б.)

2) Определите максимальную глубину обнаружения объекта в земле, если земля имеет электрическую проводимость $\sigma = 10^{-3}$ Ом $^{-1}$ ·м $^{-1}$ и абсолютную диэлектрическую проницаемость $\epsilon = 9\epsilon_0$. (2 б.)

3) Рассмотрите два параллельных проводящих стержня, закопанных в землю горизонтально на глубине 4 м. Земля имеет электрическую проводимость $\sigma = 10^{-3}$ Ом $^{-1}$ ·м $^{-1}$ и диэлектрическую проницаемость $\epsilon = 9\epsilon_0$. Считайте, что радар находится над одним из стержней, а детектор точечный. Определите минимальную частоту, необходимую, чтобы получить боковое (по отношению к стержням) разрешение в 50 см. (3,5 б.)

4) Для определения глубины d отдельного стержня, закопанного в той же земле, рассмотрим результаты измерений, проведенных при перемещении радара вдоль линии, перпендикулярной стержню. Результаты качественно показаны на рисунке 1. Выведите выражение для времени t как функции x и определите величину d . (3,5 б.)

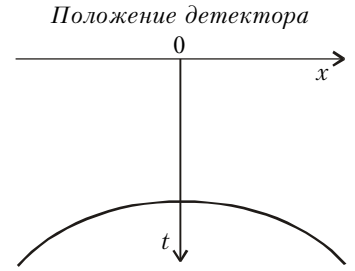


Рис.1. График зависимости времени t прохождения сигнала до объекта и обратно до детектора от координаты x детектора; $t_{\min} = 100$ нс

Задача 2. Детектирование электрических сигналов

Некоторые морские животные способны обнаруживать другие существа на расстоянии благодаря электрическим токам, текущим в теле этих существ в процессе дыхания или в других процессах, связанных с сокращением мышц. Некоторые хищники используют этот электрический сигнал для обнаружения своих жертв, даже когда последние прячутся в песок.

Физический механизм, лежащий в основе возникновения тока в жертве и ее обнаружения хищником, можно смоделировать, как показано на рисунке 2. Ток, генерируемый жертвой, течет между двумя расположенными в теле жертвы сферами, имеющими положительный и отрицательный потенциалы. Расстояние между центрами этих двух сфер l_1 , каждая сфера имеет радиус r_1 , значительно меньший, чем l_1 . Удельное сопротивление морской воды ρ . Предположим, что удельное сопротивление тела жертвы такое же, как и окружающей морской воды, так что границы между телом жертвы и окружающей средой нет.

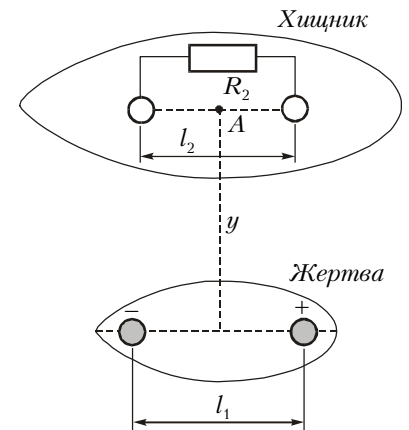


Рис. 2. Модель, описывающая прием электрического сигнала, приходящего от жертвы к хищнику

Для описания того, как хищник принимает электрический сигнал, исходящий от жертвы, смоделируем детектор в виде двух сфер в теле хищника, находящихся в контакте с окружающей морской водой и расположенных параллельно аналогичной паре сфер в теле жертвы. Сферы в теле хищника находятся на расстоянии l_2 друг от друга и имеют радиус r_2 , значительно меньше l_2 . Центр детектора находится на y выше жертвы, а линия, соединяющая две сферы детектора, ориентирована вдоль линий электрического поля, создаваемого жертвой. Расстояния l_1 и l_2 много меньше y . Напряженность электрического поля между сферами хищника