

Рис. 1

если отношение объемов в этих точках  $V_3/V_1 = \alpha$ . Объемы газа в точках 2 и 4 равны.

Рассмотрим изобарические участки. Уравнение изобары имеет вид  $T/V = \text{const}$ . Очевидно, что изобары 1–2 и 3–4 имеют разные константы, но нам они не понадобятся.

Запишем для состояний 1 и 2 соотношение

$$\frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2},$$

где  $T_1$  и  $T_2$  – температуры газа на изотермах 4–1 и 2–3, а  $V_1$  и  $V_2$  – объемы газа в состояниях 1 и 2. Аналогичное соотношение для состояний 3 и 4 будет иметь вид

$$\frac{T_3}{V_3} = \frac{T_1}{V_2},$$

где  $V_3$  и  $V_2$  – объемы газа в состояниях 3 и 4. Из каждого уравнения выразим отношение  $T_3/T_1$  (равное отношению  $T_2/T_1$ ):

$$\frac{T_3}{T_1} = \frac{V_2}{V_1}, \quad \frac{T_3}{T_1} = \frac{V_3}{V_2}.$$

Перемножив почленно эти отношения, получим

$$\left(\frac{T_3}{T_1}\right)^2 = \frac{V_3}{V_1} = \alpha.$$

Отсюда

$$\frac{T_3}{T_1} = \sqrt{\alpha}.$$

**Задача 2.** На рисунке 2 для  $\nu$  молей гелия показан цикл, состоящий из двух участков линейной зависимости давления  $p$  от объема  $V$  и изобары. На изобаре 1–2 газ совершил работу  $A$ , и его температура увеличилась в 4 раза. Температуры в состояниях 1 и 3 равны. Точки 2 и 3 на  $pV$ -диаграмме лежат на прямой, проходящей через начало координат. Определите температуру газа в точке 1. Определите также работу газа за цикл.

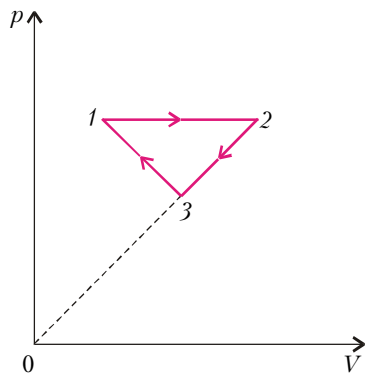


Рис. 2

Обозначим температуру гелия в состоянии 1 через  $T_1$ . Тогда температура в состоянии 2 будет равна  $4T_1$ . Пусть давление на изобаре 1–2 равно  $p_1$ , тогда работа, которую совершил газ при изобарическом процессе, равна

$$A = p_1(V_2 - V_1),$$

где  $V_1$  и  $V_2$  – объемы гелия в состояниях 1 и 2. Поскольку

$$p_1V_1 = \nu RT_1 \quad \text{и} \quad p_1V_2 = 4\nu RT_1,$$

ка), передается внешнему телу с большей температурой (нагревателю).

Перейдем к разбору конкретных задач.

**Задача 1.** На диаграмме зависимости давления  $p$  от объема  $V$  для некоторой массы идеального газа две изотермы пересекаются двумя изобарами в точках 1, 2, 3 и 4 (рис. 1). Найдите отношение температур  $T_3/T_1$  в точках 3 и 1,

то

$$A = 3\nu RT_1.$$

Отсюда

$$T_1 = \frac{A}{3\nu R}.$$

Работу газа за цикл найдем по площади треугольника 123:

$$A_{\text{ц}} = \frac{1}{2}(p_1 - p_3)(V_2 - V_1),$$

где  $p_3$  – давление газа в состоянии 3. Из уравнения состояния для идеального газа найдем

$$V_1 = \frac{\nu RT_1}{p_1} = \frac{A}{3p_1}, \quad V_2 = \frac{4\nu RT_1}{p_1} = \frac{4A}{3p_1}.$$

После подстановки значений  $V_1$  и  $V_2$  в выражение для работы газа за цикл получим

$$A_{\text{ц}} = \frac{A}{2} \left(1 - \frac{p_3}{p_1}\right).$$

Так как на нашей  $pV$ -диаграмме точки 2 и 3 лежат на прямой, проходящей через начало координат, можно записать соотношение

$$\frac{p_3}{p_1} = \frac{V_3}{V_2}.$$

Поскольку

$$V_3 = \frac{\nu RT_1}{p_3} = \frac{A}{3p_3} \quad \text{и} \quad V_2 = \frac{4A}{3p_1},$$

то

$$\frac{p_3}{p_1} = \frac{p_1}{4p_3}.$$

Отсюда

$$\frac{p_3}{p_1} = \frac{1}{2},$$

и окончательно

$$A_{\text{ц}} = \frac{A}{4}.$$

**Задача 3.** Найдите работу  $A$ , которую совершает моль гелия в замкнутом цикле, состоящем из адиабаты 1–2, изобары 2–3 и изохоры 3–1 (рис. 3). В адиабатическом процессе разность максимальной и минимальной температур газа равна  $\Delta T$ . В изобарическом процессе от газа отвели количество теплоты  $Q$ .

Обозначим температуру гелия в состоянии 1 через  $T_1$ , в состоянии 2 – через  $T_2$ , а в состоянии 3 – через  $T_3$ .

Рассмотрим адиабатический процесс 1–2. Процесс идет с увеличением объема газа, следовательно, газ совершает работу. При адиабатическом процессе работа, совершаемая газом, численно равна изменению внутренней энергии газа, взятому с противоположным знаком, следовательно, температура газа уменьшается. В состоянии 1 температура максимальна, а в состоянии 2 – минимальна, поэтому можно записать

$$T_1 - T_2 = \Delta T.$$

Рассмотрим теперь изобарический процесс 2–3. По первому началу термодинамики можно записать

$$-Q = C_V(T_3 - T_2) + p_2(V_3 - V_2),$$

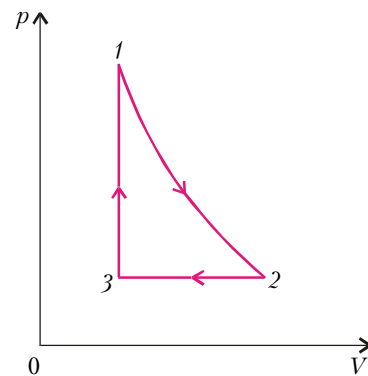


Рис. 3