

6. Решите уравнение

$$|x^3 + 7x^2 - 11x - 6| + |x^3 - 12x^2 - 5x + 3| = 18x^2 - 2x - 13.$$

Вариант 15

(социологический факультет)

1. Решите уравнение

$$\sqrt{3x + 10} = x + 2.$$

2. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{5}} \sqrt{x^3 + x^2 + x - 14} \left(\log_{\frac{1}{4}} (-x^2 + 5x - 6) \right) < 0.$$

3. Определите угол A треугольника между сторонами, равными 2 и 4, если медиана, выходящая из вершины A , равна $\sqrt{7}$.

4. Куплен товар двух сортов: первого на 1200 руб. и второго на 1500 руб. Товара второго сорта куплено на 10 кг больше, чем первого, а по цене (за 1 кг) на 20 руб. меньше. Сколько куплено товара первого сорта?

5. В шар радиуса R вписана четырехугольная пирамида с квадратным основанием. Одно из боковых ребер пирамиды перпендикулярно плоскости основания, а наибольшее боковое ребро образует с ней угол α . Найдите боковую поверхность пирамиды и вычислите ее значение при $\alpha = \arcsin \sqrt{\frac{8}{17}}$, $R = \sqrt{17}$.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(1+a)x^2 + (1-a)x + a + 3 = 0$$

имеет по крайней мере один корень и все его корни являются целыми числами.

Вариант 16

(Институт стран Азии и Африки)

1. Решите неравенство

$$\frac{2^x - 2^{2-x} - 3}{2^x - 2} \geq 0.$$

2. Решите уравнение

$$\sin 4x + 2 \sin \frac{5x}{2} \cos \frac{x}{2} = 0.$$

3. Решите неравенство

$$x\sqrt{2-x} \leq x^2 - x - 2 - \sqrt{2-x}.$$

4. Решите неравенство

$$\left| \log_{x+1} 2 + \log_2 \frac{x+1}{4} \right| + \left| \log_2 (4x+4) + \log_{x+1} 2 \right| < \frac{17}{2}.$$

5. В треугольнике ABC даны длины сторон $AB = 8$, $BC = 6$ и биссектриса $BD = 6$. Найдите длину медианы AE .

6. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \arccos 2y + \arcsin 3x = \frac{\pi}{4}, \\ \arcsin 2y \cdot \arccos 3x = \frac{5\pi^2}{64}. \end{cases}$$

Для каждого решения $(x; y)$ определите, какое из чисел больше: $2y - 3x$ или $\sqrt[4]{2} - 0,5$.

7. Найдите все значения параметра a , при каждом из

которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6|x| - 6|y| + 17 \leq 0, \\ x^2 + y^2 - 2y = a^2 - 1 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

Вариант 17

(факультет государственного управления)

1. Из деревни в город вышел турист. Первую половину пути он шел пешком со скоростью 5 км/ч, а затем оставшуюся часть пути ехал на автобусе. Найдите среднюю скорость движения туриста на всем маршруте, если скорость автобуса равна 45 км/ч.

2. Решите уравнение

$$4^x - 3 \cdot 2^{x+\frac{1}{2}} - 8 = 0.$$

3. Решите неравенство

$$\frac{-1}{\frac{8}{9-x^2} + 1} \leq 3 - x.$$

4. На окружности радиуса 5, описанной около правильного треугольника, взята точка D . Известно, что расстояние от точки D до одной из вершин треугольника равно 9. Найдите сумму расстояний от точки D до двух других вершин треугольника.

5. Одна труба наполняет бассейн на 2 часа, а другая – на 4 часа 30 минут дольше, чем наполняют этот бассейн обе трубы, открытые одновременно. За сколько часов может наполнить бассейн каждая труба в отдельности?

6. Найдите все значения a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} (3\sqrt{|x|} + |y| - 3)(|x| + 3|y| - 9) = 0, \\ (x-a)^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

7. Пять пиратов делят 10 слитков золота. Процедура дележа устроена так: сначала старший пират предлагает дележ по своему выбору. Если больше половины пиратов его отвергает, второй по старшинству пират предлагает новый дележ добычи среди оставшихся четырех (старший пират никакого участия в дальнейшем дележе не принимает). Если новый дележ отвергается большинством голосов, то предлагавший его пират от дальнейшего участия в дележе устраняется, и процедура повторяется для трех пиратов. Как будут распределены слитки золота, если каждый пират из двух данных дележей предпочитает тот, в котором его доля золотых слитков больше?

ФИЗИКА

Задачи устного экзамена

Физический факультет

1. Катушку, лежащую на горизонтальной плоскости, тянут за намотанную на ее среднюю часть легкую нерастяжимую нить так, что ее конец A движется со скоростью v под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту (рис.1).

При этом катушка катится без проскальзывания, а ее ось не изменяет своей ориентации. Найдите скорость движения оси катушки, если радиус r средней части катушки в $n = 2$ раза меньше радиуса R ее щек.

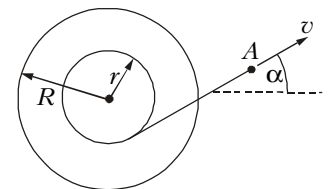


Рис. 1