соответственно. Найдите площадь треугольника MNE, если $MN = 4$, $MD = 2$ и $\angle ACB = 120^\circ$.

6. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$2^{-x^2} \cdot 4^x + \sin\frac{\pi x}{4} + \cos\frac{\pi x}{4} - 2 = a^3 - 3a^2 + a + \sqrt{2}$$

имеет единственное решение.

Вариант 8

(факультеты биологический, фундаментальной медицины и биоинженерии и биоинформатики)

1. Решите неравенство

$$|x-2| > 2x+1.$$

2. Решите уравнение

$$\sin^2 2x + \sin^2 3x = 1.$$

3. Длины сторон треугольника ABC равны 4, 6 и 8. Вписанная в этот треугольник окружность касается его сторон в точках D, E и F. Найдите площадь треугольника DEF.

4. Решите неравенство

$$\log_2^2|2x| - 5\log_2|2x| + 2|x|\log_2|2x| - 4|x| + 6 \ge 0.$$

5. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\left(x^2 + 2(a-2)x + a^2 - 4a\right)^2 + (a+5)\left(x^2 + 2(a-2)x + a^2 - 4a\right) - a^2 + 8a + 2 = 0$$

имеет: а) единственное решение; б) ровно два различных решения.

Вариант 9

(факультет почвоведения)

1. Решите неравенство

$$|5-7x| < 2.$$

2. Вычислите $\cos\frac{5\pi}{8}$.

3. Пусть $a = \sqrt[3]{20} + \sqrt[3]{50}$. Докажите, что число $a^3 - 30a$ целое, и найдите его.

4. Решите неравенство

$$\log_3\log_4 x \le \log_9\log_2 8x.$$

5. Найдите все значения x, принадлежащие интервалу $(-\pi;\pi)$ и являющиеся решениями уравнения

$$\frac{1}{\sqrt{-2\sin x}} = \sqrt{-2\cos x}.$$

6. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна c, а один из острых углов равен α. В треугольник помещены две окружности одинакового радиуса, каждая из которых касается одного из катетов, гипотенузы и другой окружности. Найдите радиусы этих окружностей.

7. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\frac{\left(x^3-1\right)\left(x^2-16\right)}{\log_{10}(15a-x) - \log_{10}(x-a)} = 0$$

имеет единственное решение.

Вариант 10

(геологический факультет)

1. Решите неравенство

$$\frac{x|x|+1}{x-2} + 1 \ge x.$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_{x-y}\dfrac{xy}{2} = 2, \\ x + y = xy + 1. \end{cases}$$

3. Решите неравенство

$$3^{2-x} + 6\cdot\left(\sqrt{3}\right)^{2-2x} > \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2+x-2}-3}.$$

4. Пункт C расположен между пунктами A и B, $AC = 2BC$. Из пунктов C и B одновременно навстречу друг другу вышли два поезда. Время, затраченное вторым поездом на путь от B до A, не менее чем в 6 раз превосходит время, затраченное первым поездом на путь от C до B. Третий поезд, скорость которого равна разности скоростей первых двух, затратил на путь от A до B не менее чем в 9 раз больше времени, чем первый поезд затратил на путь от C до места встречи со вторым. Чему равно отношение скоростей первого и второго поездов?

5. Найдите все решения уравнения

$$|\sin 2x| + \cos x = 0,$$

принадлежащие отрезку $\left[-\sqrt{3};\frac{8}{3}\right]$.

6. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведены биссектриса CD и прямая DE, перпендикулярная CD (точка E лежит на прямой AC). Найдите площадь треугольника ABC, если $CE = 4$, $CA = 3$.

7. При каких значениях параметра a периметр плоской фигуры, заданной на координатной плоскости Oxy системой

$$\begin{cases} y \le \sqrt{1-x^2}, \\ a|y| \le |x|, \end{cases}$$

больше, чем $4 + 2\sqrt{2} + \frac{\pi}{2}$?

8. В кубе $ABCDA'B'C'D'$ с длиной ребра, равной 1, на вертикальном ребре AA' и на горизонтальном ребре AB взяты точки M и N соответственно, при этом $AM = \frac{1}{3}$, $AN = \frac{3}{4}$. Через точки M и N проведена плоскость, параллельная диагонали AC нижнего основания куба. Чему равна площадь получившегося сечения?

Вариант 11

(географический факультет)

1. Решите уравнение

$$|x-2| = \frac{1}{x-2}.$$

2. Решите уравнение

$$\frac{4\sin x - 3}{4\sin^2 x + \sin x - 3} = 2.$$

3. Квадратное уравнение $x^2 - 6px + q = 0$ имеет два различных корня x_1 и x_2. Числа p, x_1, x_2, q – четыре последовательных члена геометрической прогрессии. Найдите x_1 и x_2.

4. Тележка с передними колесами диаметром 30 см и