

Теперь рассмотрим произвольный момент времени (рис.2). По закону сохранения заряда, если на правой пластине появится заряд Q , то на левой появится заряд $-q - Q$. Напряжение на конденсаторе будет создаваться полями трех заряженных пластин:

$$U_C = \frac{q+Q}{2\epsilon_0 S} d + \frac{Q}{2\epsilon_0 S} d + \frac{q}{2\epsilon_0 S} vt - \frac{q}{2\epsilon_0 S} (d-vt) = \frac{Qd+qvt}{\epsilon_0 S},$$

где t – время, которое отсчитывается от момента отделения слоя. Запишем закон Ома для нашей цепи:

$$L \frac{dI}{dt} = \frac{Qd}{\epsilon_0 S} + \frac{qvt}{\epsilon_0 S}.$$

Продифференцируем обе части этого уравнения по t :

$$\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{d}{\epsilon_0 SL} I = \frac{qv}{\epsilon_0 SL}.$$

Общее решение этого дифференциального уравнения запишем в виде

$$I(t) = \frac{qv}{d} (A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t + 1), \text{ где } \omega_0^2 = \frac{d}{\epsilon_0 SL}.$$

Из начальных условий, а именно $I = 0$ и $dI/dt = 0$ при $t = 0$, найдем константы A и B и окончательно получим

$$I(t) = \frac{qv}{d} (1 - \cos \omega_0 t).$$

В.Можаев

Ф1846. Два одинаковых трансформатора содержат по две обмотки, одна из которых имеет в 2 раза больше витков, чем другая. Одну из обмоток первого трансформатора подключают к сети переменного напряжения 220 В, к другой обмотке этого трансформатора подсоединяют последовательно с резистором сопротивлением 200 Ом одну из обмоток второго трансформатора, а к выводам второй обмотки этого трансформатора подключают идеальный амперметр переменного тока. Что покажет прибор?

Идеальный амперметр имеет нулевое сопротивление, поэтому напряжения обеих обмоток второго трансформатора получатся нулевыми. Это возможно только в том случае, когда магнитный поток через сердечник этого трансформатора вообще не меняется (для переменного тока это нулевой магнитный поток). А это означает, что магнитные поля двух обмоток компенсируют друг друга и, следовательно, через обмотку с двойным числом витков течет вдвое меньший ток.

Теперь рассмотрим схему с двумя трансформаторами. Пусть первый трансформатор включен в сеть как понижающий. Тогда напряжение его вторичной обмотки равно 110 В, все это напряжение приложено к резистору, и ток через него, а значит и через подключенную последовательно с ним обмотку второго трансформатора, составит 110 В / 200 Ом = 0,55 А. В зависимости от варианта включения обмоток второго трансформатора ток через амперметр будет или вдвое больше (если трансформатор включен как понижающий), или вдвое меньше. Если первый трансформатор включить как повышающий, то напряжение на резисторе составит 440 В, и через него пойдет ток 2,2 А. Опять получатся два варианта.

Итак, возможные значения тока амперметра таковы: 0,275 А; 1,1 А; 1,1 А; 4,4 А. При расчетах мы полагали трансформаторы идеальными, но при таких больших токах сделать трансформатор с малыми потерями довольно трудно – и сопротивления проводов обмоток должны быть совсем малыми, и сильные магнитные поля больших токов могут ввести ферромагнитный сердечник трансформатора в насыщение.

Р.Александров

Ф1847. Говорят, что в архиве Снеллиуса нашли оптическую схему, на которой были изображены линза, предмет и его изображение.

От времени чернила высохли, и остался только предмет на масштабной сетке (рис.1). Из текста следует, что предмет и изображение одинаковых размеров и формы, а главная оптическая ось параллельна некоторым линиям масштабной сетки. Восстановите оптическую схему (изображение, линзу, фокусы).

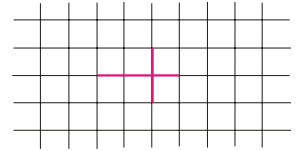


Рис.1

Один из отрезков предмета перпендикулярен главной оптической оси линзы, поэтому его изображение тоже перпендикулярно ей. Чтобы поперечное увеличение этого отрезка было единичным, он должен находиться на расстоянии $2F$ линзы, причем $F > 0$. Второй отрезок и его изображение параллельны главной оптической оси, а это возможно, лишь если они лежат на ней.

Пусть l – длина отрезка креста вдоль главной оптической оси, x_1, x_2 – координаты его концов, b – часть

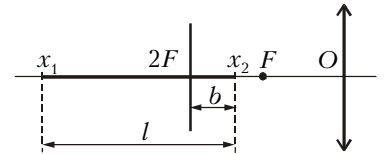


Рис.2

отрезка между точками $2F$ и x_2 (рис.2), a – размер клетки сетки. В зависимости от ориентации креста относительно линзы возможны три значения отношения $\alpha = b/l$, а именно: $\alpha_1 = 1/3, \alpha_2 = 2/3, \alpha_3 = 1/2$. Условие равенства длин отрезка креста вдоль оси и его изображения запишем в виде

$$l = \frac{x_2 F}{x_2 - F} - \frac{x_1 F}{x_1 - F},$$

или после преобразований –

$$lx_1 x_2 + lF^2 - lF(x_1 + x_2) = (x_1 - x_2)F^2.$$

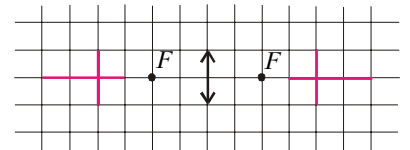
Подставив сюда $x_1 = x_2 + l$, получим

$$x_2(x_2 + l) - F(2x_2 - l) = 0.$$

Теперь подставим $x_2 = 2F - \alpha l$ и найдем F :

$$\alpha^2 l^2 - 2\alpha F + F - \alpha l = 0, \text{ и } F = \frac{\alpha(1-\alpha)l}{1-2\alpha}.$$

Поскольку $F > 0$, то $\alpha = 1/3$ (для других α получается $F < 0$), чему соответствует $l = 3a$. Отсюда $F = 2a$, после чего легко восстанавливается вся оптическая схема (рис.3).



А.Чудновский Рис.3