

Вариант 5

(факультет технологии и предпринимательства)

1. Плоский угол при вершине правильной треугольной пирамиды равен  $45^\circ$ . Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади ее основания.

2. Решите уравнение

$$\cos 2x + \sin^2 x + \sin x = 0,25.$$

3. Решите неравенство

$$\log_{\pi}(x + 27) - \log_{\pi}(16 - 2x) \leq \log_{\pi} x.$$

4. Решите уравнение

$$x^{\log_3 x - 4} = \frac{1}{27}.$$

5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x) = \frac{x}{8} + \frac{2}{x}$$

на отрезке  $[1; 8]$ .

*Задачи устного экзамена*

(математический факультет)

1. Решите уравнение

$$3\sqrt{\lg x} = 2\left(1 - \lg \sqrt{\frac{1}{x}}\right).$$

2. Решите уравнение

$$x^{3 - \lg x} = 100$$

и найдите сумму его корней.

3. Решите неравенство

$$\frac{|x + 3| + x}{x + 2} \geq 1.$$

4. Найдите все значения параметра  $a$ , для которых функция

$$f(t) = \log_5(a + 4t + at^2) - 1 + \log_5(1 + t^2)$$

определена при всех  $t$ .

5. Корни квадратного уравнения  $x^2 + px + q = 0$  равны  $x_1$  и  $x_2$ . Составьте квадратное уравнение, корнями которого являются  $\frac{x_1}{x_2}$  и  $\frac{x_2}{x_1}$ .

6. Вычислите

$$\sin\left(3^{\frac{\log_3 12 + \log_4 12}{\log_3 12 \cdot \log_4 12}} \cdot \pi\right).$$

7. Вычислите

$$\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x} - 2 \sin \frac{x}{2},$$

если  $x = \frac{\pi}{19}$ .

8. Постройте график функции  $y = x^2 - 4|x + 3|$ .

9. Постройте график функции  $y = \left|3^{\log_9 x^4} - 4\right|$ .

10. Найдите площадь треугольника, образованного осью абсцисс и касательными к кривым  $y = x^2 + 2x - 1$  и  $y = x^2 + 6x + 7$  в точке их пересечения.

11. К графику функции  $f(x) = 2x^4 - x^3 - 4x/3 + 1$  в точке с абсциссой  $x_0 = 0$  проведена касательная. Найдите расстояние от начала координат до этой касательной.

12. Найдите двузначное число, если его последняя цифра

на 2 меньше первой цифры, а произведение этого числа и суммы его цифр равно 252.

13. Найдите площадь параллелограмма, если одна из его сторон равна 51, а диагонали равны 40 и 74.

14. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 5, а боковые ребра наклонены к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите объем пирамиды.

15. Конус и цилиндр имеют общее основание. Вершина конуса находится в центре другого основания цилиндра. Найдите угол между осью конуса и его образующей, если площадь боковой поверхности цилиндра относится к площади полной поверхности конуса, как  $\sqrt{3} : 1$ .

ФИЗИКА

*Задачи устного экзамена*

1. Аэростат поднимается вертикально вверх с ускорением  $2 \text{ м/с}^2$ . Через 5 с от начала его движения из него выпал предмет. Через сколько времени этот предмет упадет на землю? Ускорение свободного падения принять равным  $10 \text{ м/с}^2$ .

2. Тело движется без начальной скорости вниз по наклонной плоскости длиной 30 м и высотой 15 м. Коэффициент трения составляет 0,03. Какова скорость тела в конце наклонной плоскости?

3. Два абсолютно упругих шарика с массами 100 г и 300 г подвешены рядом на одинаковых нитях длиной 50 см каждая. Первый шарик отклоняют от положения равновесия на угол  $90^\circ$  и отпускают. На какую высоту поднимется второй шарик после соударения?

4. Воздух в упругой оболочке при  $20^\circ \text{C}$  и под давлением 100 кПа занимает объем 2 л. Какой объем займет этот воздух, если опустить оболочку под воду на глубину 50 м, где температура воды составляет  $10^\circ \text{C}$ ?

5. Сколько гелия находится под поршнем в цилиндрическом сосуде, если при нагревании от 300 К до 700 К при постоянном давлении газ произвел работу 1620 Дж? (Универсальная газовая постоянная равна  $8,31 \text{ Дж/(К} \cdot \text{моль)}$ .)

6. Как изменится ускорение падающего тела с массой 4 г, если ему сообщить заряд  $3,3 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$ ? Напряженность электрического поля Земли равна  $100 \text{ В/м}$  и направлена нормально к ее поверхности.

7. К источнику тока с ЭДС 1,25 В и внутренним сопротивлением 0,4 Ом присоединена лампочка, имеющая сопротивление 10 Ом. Напряжение на ее зажимах 1 В. Определите напряжение на подводящих проводах и их сопротивление.

8. Электрон, прошедший ускоряющую разность потенциалов 600 В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией 0,3 Тл и начал двигаться по окружности. Найдите радиус окружности. (Масса электрона  $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ , заряд электрона  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ .)

9. Луч света падает на поверхность воды под углом  $30^\circ$  и преломляется под углом  $\beta$ . Под каким углом должен упасть луч на поверхность стекла, чтобы угол преломления в нем оказался тоже  $\beta$ ? (Показатель преломления воды 1,33, стекла 1,8.)

10. Работа выхода электрона с поверхности цезия равна  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ . С какой скоростью вылетают электроны из цезия, если металл освещен желтым светом с длиной волны  $5,89 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ ? (Масса электрона  $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ , постоянная Планка  $6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ .)

*Публикацию подготовили*

*С.Жданов, Б.Кукушкин, С.Лозовенко, Е.Пантелеева*