

Рис. 9

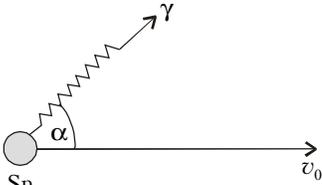


Рис. 10

4. Муха пересекает главную оптическую ось собирающей линзы на расстоянии $d = 3F$, где F – фокусное расстояние линзы, под малым углом α к оси линзы со скоростью v (рис.9). Под каким углом изображение мухи пересекает главную оптическую ось? Чему равна в этот момент скорость изображения мухи? *Указание:* для малых углов $\sin \alpha \approx \text{tg } \alpha \approx \alpha$.

5. Гамма-излучением называется электромагнитное излучение, которое возникает при переходе атомных ядер из возбужденных в более низкие энергетические состояния. Движущееся со скоростью $v_0 = 64$ м/с ядро атома олова ^{119}Sn испускает γ -квант под углом $\alpha = 60^\circ$ к направлению своего движения с энергией, равной энергии перехода ядра из возбужденного в основное состояние (рис.10). Найдите энергию γ -кванта. Энергия покоя ядра олова равна $W_0 = m_{\text{я}}c^2 = 113$ ГэВ (1 ГэВ = 10^9 эВ).

Публикацию подготовили
М.Балашов, В.Можаев, Ю.Чешев, М.Шабунин

Московский государственный институт
электроники и математики
(технический университет)

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

(факультеты электроники, информатики и телекоммуникаций, автоматике и вычислительной техники)

1. Решите уравнение

$$3^{x+1} - 4 \cdot 3^{-x} = 4.$$

2. Решите неравенство

$$\frac{3x-5}{x-2} \geq x+1.$$

3. Решите уравнение

$$\frac{5 \cos 2x - 12 \sin x + 11}{5 \cos x - 3} = 0.$$

4. Дана функция $f(x) = \sqrt{2x+1} - x$. Требуется:

1) решить неравенство $f(x) > -7$;

2) найти множество значений функции $f(x)$.

5. Числа x, y удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} x + y = a + 3, \\ xy = 5a - 1. \end{cases}$$

Найдите, при каких значениях a сумма $x^2 + y^2$ принимает наименьшее значение.

6. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ($AB = 5\sqrt{3}$; $AD = 9$; $AA_1 = 15$). Точка M лежит на ребре DD_1 так, что $D_1 M : MD = 1 : 2$. Плоскость, проходящая

через точки B_1, A, C , пересекает прямую BM в точке E . Найдите длину отрезка EM .

7. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$ax - \frac{1}{2} = x^2 - |x^2 - 3x|$$

имеет ровно два решения.

Вариант 2

(факультеты прикладной математики, экономико-математический)

1. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{4}}(3x^2 + x - 14) \geq -2.$$

2. Решите неравенство

$$\frac{3|x-1|}{x^2-2x} < 2.$$

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x) = x^2 - 10x + 6 + 2|x^2 - 8x + 7|$$

на отрезке $[2; 7,5]$.

4. Решите уравнение

$$(9 \cos 2x - 7)(\sqrt{3} \cos 2x + 5 \sin x - 1 + \sin x) = 0.$$

5. Числа x, y удовлетворяют равенству

$$7x^2 - 4xy + 4y^2 = 12.$$

Найдите все значения, которые может принимать x , а также сумма $x^2 + y^2$.

6. Длина ребра куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равна a . Пусть M – середина ребра AB . Через точки C, A, M проходит сфера, которая касается ребра $B_1 C_1$. Найдите радиус сферы.

7. Найдите все значения a , при которых неравенство

$$\left| \frac{a^2 \sin^2 x + 16}{a \sin x} \right| \leq -50 \cos^2 x + 80 \cos x - 24$$

имеет решение.

ФИЗИКА

Задачи устного экзамена

1. Тело массой $m = 1$ кг, брошенное под углом к горизонту, упало на расстоянии $s = 32$ м от места бросания. Зная, что максимальная высота, достигнутая телом, равна $H = 5$ м, найдите работу бросания. Соппротивление воздуха не учитывать.

2. Два тела начинают скользить по горизонтальной поверхности навстречу друг другу с одной и той же скоростью $v_0 = 2$ м/с. При каком максимальном начальном расстоянии между телами они столкнутся? Коэффициенты трения между телами и поверхностью, по которой они движутся, равны $\mu_1 = 0,1$ и $\mu_2 = 0,2$ соответственно.

3. Как должна меняться в зависимости от положения столба сила, приложенная перпендикулярно оси столба к одному из его концов, чтобы столб равномерно поворачивался вокруг другого конца, переходя из горизонтального положения в вертикальное? Масса столба $m = 250$ кг. Постройте график зависимости этой силы от угла α , который столб образует с горизонтом. Какова сила реакции земли при $\alpha = 45^\circ$?

4. На дне цилиндра, заполненного воздухом, лежит металлический шарик массой $m = 4$ г и радиусом $r = 3$ см. Температура воздуха $t = 17^\circ\text{C}$. До какого давления надо