

Решение. Сначала находим допустимые значения:

$$\begin{cases} x+2 > 0, \\ |x| > 0, \\ |x| \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2, \\ x \neq 0, \\ x \neq \pm 1. \end{cases}$$

При этих значениях x , перенеся число 2 в левую часть данного неравенства, можно переписать его в следующем эквивалентном виде:

$$\begin{cases} \log_{|x|}(x+2) - \log_{|x|} x^2 < 0, \\ x > -2; x \neq 0; x \neq \pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+2-x^2)(|x|-1) < 0, \\ x > -2; x \neq 0; x \neq \pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+2-x^2)(x^2-1) < 0, \\ x > -2; x \neq 0; x \neq \pm 1. \end{cases}$$

Первое преобразование выполнено в силу соотношений упражнения 12,з), а второе – упражнения 12,а). Осталось решить полученную систему.

Ответ: $-2 < x < -1$; $-1 < x < 0$; $0 < x < 1$; $x < 2$.

В заключение рассмотрим еще один пример на неравенство с логарифмами. Здесь мы еще раз убедимся в том, насколько сведение к методу интервалов сокращает объем решения.

Задача 17. Решите неравенство

$$(\log_{3x-1}(2x)-1)(\log_x(3-x)-1) > 0.$$

Решение. Найдем область определения неравенства: $\frac{1}{3} < x < 3$; $x \neq \frac{2}{3}$; $x \neq 1$. В области определения знаки

скобок левой части в силу упражнения 12,з) совпадают со знаками соответствующих выражений, что приводит к легко решаемой системе:

$$\begin{cases} (1-x)(3x-2)(3-2x)(x-1) > 0, \\ \frac{1}{3} < x < 3; x \neq \frac{2}{3}; x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2(3x-2)(2x-3) > 0, \\ \frac{1}{3} < x < 3; x \neq \frac{2}{3}; x \neq 1. \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{3} < x < \frac{2}{3}; \frac{3}{2} < x < 3.$$

При решении следующего упражнения вам могут помочь результаты предыдущего.

Упражнение 13. Решите неравенства:

а) $\frac{|x^2-2x|-2x-1}{x^2-2+|x^2+3x|} \geq 0$; б) $\frac{\sqrt{-x^2+7x-6}}{|x^2-6x+5|-|x^2-2x-3|} \leq 0$;

в) $\frac{\sqrt{x^2-5}-3}{|x+4|-7} \geq 1$; г) $\frac{16-3x+\sqrt{x^2-3x-4}}{6-x} \geq 1$;

д) $\log_{x-2} x \leq \log_{x-2} 4$; е) $\log_x \left(\frac{1}{\log_4 \left(3 \cdot 2^{\frac{1}{x}} + 4 \right)} \right) \leq 1$;

ж) $\frac{\log_{2+4x-x^2}(7-x)}{\log_{x+3}(21+4x-x^2)} < \frac{1}{4}$.

VII Международный турнир «Компьютерная физика»

(Начало см. на с. 25)

и эти столкновения возможны для электронов с энергией ϵ , большей ϵ^* . Предположим, что если $\epsilon > \epsilon^*$, то частота неупругих соударений равна ν^* . (Обычно выполняется условие $\nu^* \ll \nu_0$.) Общая частота столкновений равна $\nu = \nu^* + \nu_0$, а среднее время между двумя столкновениями (произвольной природы) есть $\tau = 1/\nu$.

Будем считать, что электрон вылетает с катода с нулевой скоростью. Пусть электрон испытал столкновение в момент времени t_0 . Тогда вероятность того, что следующее столкновение произойдет в интервале времени от t^* до $t^* + dt$, определяется выражением

$$dP = \exp(-\nu(t^* - t_0)) \cdot \nu dt.$$

В частности, если $t^* - t_0 \ll \tau$, т.е. если рассматриваемый интервал времени много меньше среднего времени между столкновениями, это выражение принимает вид

$$dP = \nu dt.$$

Если столкновение произошло, то вероятность того, что оно было упругим, есть

$$w_0 = \frac{\nu_0}{\nu_0 + \nu^*},$$

а вероятность того, что оно было неупругим, определяется

как

$$w^* = \frac{\nu^*}{\nu_0 + \nu^*}.$$

Мы будем предполагать, что упругие и неупругие столкновения изотропны, т.е. рассеяние электрона на любой угол равновероятно. Расстояние между катодом и анодом $L = 1$ см, расстояние между катодом и сеткой $l = 0,2$ см. В поперечном направлении размер системы считать неограниченным. Связь частоты упругих и неупругих столкновений с давлением паров ртути задается соотношениями

$$\nu_0 = A \cdot p \text{ (торр)}, \quad \nu^* = B \cdot p \text{ (торр)},$$

где $A = 3,5 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1} \cdot \text{торр}^{-1}$, $B = 5 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1} \cdot \text{торр}^{-1}$ (здесь 1 торр – внесистемная единица давления, равная $1/760$ атмосфер).

Задание

1. Исследуйте зависимость анодного тока от величины ускоряющего напряжения между катодом и сеткой в диапазоне значений $U_{KC} = 0,1 - 15$ В. Считать, что U_{CA} изменяется от $-0,2$ В до $-0,5$ В, а давление паров ртути составляет $p = 1$ торр.

2. Исследуйте зависимость анодного тока от давления паров ртути в диапазоне значений $p = 0,1 - 10$ торр. Считать, что $U_{KC} = 10$ В.

3. Получите распределение электронов по энергиям в различных областях пространства между катодом и анодом.