

лучу. Из треугольника  $BCD$  найдем длину стороны  $BC$ :

$$BC = \frac{a}{\cos \beta}.$$

Из треугольника  $BCE$  по теореме синусов можно записать

$$\frac{BE}{BC} = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha},$$

откуда получим

$$BE = a \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta \sin \alpha}.$$

Для параксиальных лучей, т.е. для лучей, идущих под малыми углами к главной оптической оси линзы, можно считать, что  $\sin(\alpha - \beta) = \alpha - \beta$ ,  $\sin \alpha = \alpha$ , а  $\cos \beta = 1$ . В этом приближении

$$BE = a \left(1 - \frac{1}{n}\right).$$

Расстояние  $BE$  равно смещению источника по направлению к линзе. До помещения пластины источник и его изображение находились на двойном фокусном расстоянии от линзы. После установления пластины источник приблизился к линзе на расстояние  $AA' = BE$ , а изображение отодвинулось от линзы на  $\Delta$ . По формуле линзы можно записать

$$\frac{1}{d - AA'} + \frac{1}{d + \Delta} = \frac{1}{F},$$

или

$$d - a \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{F(d + \Delta)}{d + \Delta - F}.$$

Разрешая это равенство относительно  $n$ , получим

$$n = \left( \frac{(a - d)(d + \Delta - F) + F(d + \Delta)}{a(d + \Delta - F)} \right)^{-1} = \frac{31}{21} \approx 1,48.$$

**Задача 4.** В комнате на столе лежит плоское зеркало, на котором находится тонкая плосковыпуклая линза с фокусным расстоянием  $F = 40$  см (рис. 5). По потолку  $AB$  ползет муха со скоростью  $v = 2$  см/с. Расстояние от потолка до зеркала  $d = 220$  см. На каком расстоянии от зеркала находится изображение мухи в данной оптической системе? Чему равна скорость изображения мухи в тот момент, когда она пересекает главную оптическую ось линзы  $OO'$ ?

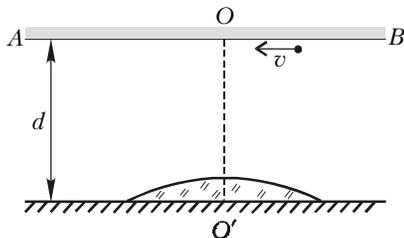


Рис. 5

Пусть муха в некоторый момент находится на небольшом расстоянии  $OM$  от главной оптической оси линзы (рис. 6). По формуле линзы мы можем найти, на каком расстоянии от линзы находится изображение мухи  $M'$ :

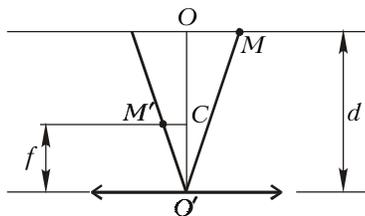


Рис. 6

Здесь  $f$  – расстояние от изображения мухи до линзы, а двойка в чис-

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{F}, \text{ и}$$

$$f = \frac{dF}{2d - F} = 22 \text{ см.}$$

Здесь  $f$  – расстояние от изображения мухи до линзы, а двойка в чис-

лителе правой части формулы учитывает двойной проход лучей через линзу.

Из подобия треугольников  $OO'M$  и  $M'CO'$  следует, что  $d/f = OM/M'C$ . Очевидно, что  $OM/M'C = v/u$ , где  $u$  – скорость изображения мухи. Следовательно,

$$u = v \frac{f}{d} = 0,2 \text{ см/с.}$$

**Задача 5.** С помощью рассеивающей линзы получено изображение спички, расположенной перпендикулярно главной оптической оси линзы, с увеличением  $\Gamma_1 = 1/2$ . По другую сторону линзы на расстоянии  $l = 9$  см от нее перпендикулярно главной оптической оси линзы установили плоское зеркало. Изображение спички в системе линза – зеркало получилось с увеличением  $\Gamma = 1/4$ . Определите фокусное расстояние линзы.

Рассмотрим сначала первый случай, когда зеркала нет, а с помощью рассеивающей линзы получено изображение спички с увеличением  $\Gamma_1$ . Обозначим расстояние от спички до линзы через  $d$ , а от изображения спички до линзы через  $f$ . По формуле линзы можно записать

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F},$$

где  $F$  – фокусное расстояние линзы. Умножив каждый член этого равенства на  $f$ , получим

$$\frac{f}{d} - 1 = -\frac{f}{F}.$$

С учетом того, что  $f/d = \Gamma_1$ , мы получаем однозначную связь между расстоянием от изображения до линзы и увеличением:

$$f = F(1 - \Gamma_1).$$

Мнимое изображение  $B$  точки спички  $B_0$  в линзе (рис. 7) будет являться предметом для плоского зеркала. Расстояние от этого предмета до зеркала равно  $f + l$ . Изображение  $B'$  этого предмета в зеркале находится также на расстоянии  $f + l$  от зеркала. Расстояние от изображения  $B'$  до линзы равно  $d' = f + 2l$ . Обозначим расстояние от изображения  $B''$  в линзе через  $f'$  и снова воспользуемся формулой линзы:

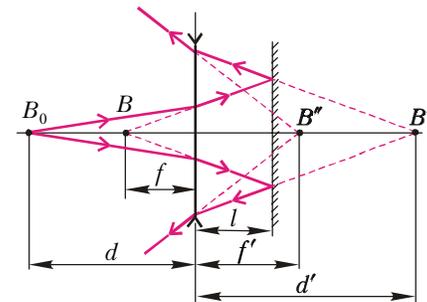


Рис. 7

$$\frac{1}{f + 2l} - \frac{1}{f'} = -\frac{1}{F}.$$

Увеличение в этом случае равно  $\Gamma_2 = \frac{f'}{f + 2l}$ . С другой стороны,  $\Gamma_2 = \Gamma/\Gamma_1$ . Умножим все члены в формуле линзы на  $f + 2l$ , подставим ранее найденное выражение для  $f$  и получим

$$F = \frac{2l}{\Gamma_1 + \Gamma_1/\Gamma - 2} = 36 \text{ см.}$$

**Задача 6.** Из стеклянной пластинки с показателем преломления  $n = 1,5$  вырезали толстую линзу в форме полушара радиусом  $R = 10$  см. Через такую линзу рассматривается точечный источник света  $S$ , расположенный на расстоянии  $d = R/2$  от плоской поверхности полушара (рис. 8). На каком расстоянии от этой поверхности наблю-