

Оптические задачи на вступительных экзаменах

В. МОЖАЕВ

ЗАДАЧА 1. ДВА ЛУЧА СИММЕТРИЧНО ПЕРЕСЕКАЮТ главную оптическую ось собирающей линзы на расстоянии $d = 7,5$ см от линзы под углом $\alpha = 4^\circ$ (рис.1). Определите угол β между этими лучами после прохождения ими линзы, если фокусное расстояние линзы $F = 10$ см.

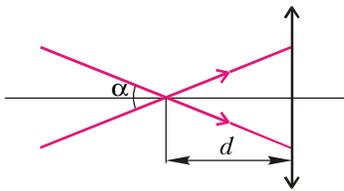


Рис. 1

Построим ход одного из данных лучей после преломления в линзе (рис.2). Через оптический центр линзы (на рисунке 2 это точка O) проведем побочную оптическую ось OC , параллельную данному лучу AB . Параллельные лучи после прохождения собирающей линзы пересекаются в ее фокальной плоскости. Очевидно, что точкой пересечения данных лучей будет точка C , которая одновременно принадле-

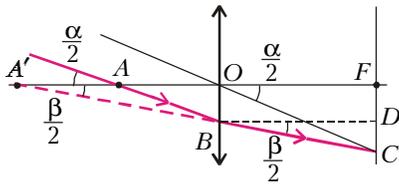


Рис. 2

жит оси OC и фокальной плоскости FC . Продолжим луч BC влево до пересечения с главной оптической осью линзы в точке A' . Угол $BA'O$ является половиной искомого угла β . Проведем линию BD параллельно главной оптической оси. Угол CBD также равен $\beta/2$. Отрезок FC равен $F \operatorname{tg}(\alpha/2)$, где F – фокусное расстояние нашей линзы. А отрезок FD равен отрезку OB , который в свою очередь равен $d \operatorname{tg}(\alpha/2)$. Из треугольника CBD найдем

$$\operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = \frac{FC - FD}{F} = \frac{F - d}{F} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

Отсюда

$$\beta = 2 \operatorname{arctg} \frac{\beta}{2} \approx 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ рад} \approx 1^\circ.$$

Эту задачу можно решать и с использованием формулы линзы. Так как точка A расположена ближе фокуса линзы, ее изображение будет мнимым. Запишем формулу линзы и найдем расстояние f от мнимого изображения A' точки A до линзы:

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F}, \text{ и } f = \frac{dF}{F - d}.$$

Из треугольника $A'OB$ (см. рис.2) находим $\operatorname{tg}(\beta/2) = OB/f$. Поскольку $OB = d \operatorname{tg}(\alpha/2)$, получаем

$$\operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = \frac{F - d}{F} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

Задача 2. Точечный источник света находится на главной оптической оси на расстоянии $d = 60$ см от рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $F = 15$ см. Линзу сместили вверх на $L = 2$ см в плоскости, перпендикулярной главной оптической оси. На сколько и куда надо сместить источник света, чтобы его изображение вернулось в старое положение?

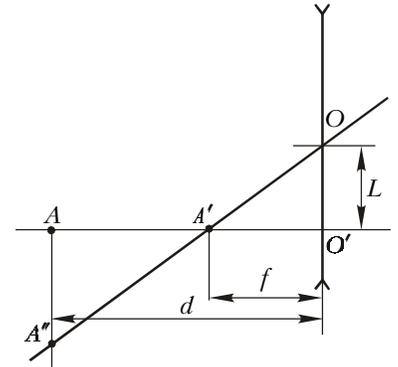


Рис. 3

Поскольку линзы смещают в плоскости, перпендикулярной главной оптической оси линзы, а изображение источника (A') должно остаться в прежнем положении, расстояние от источника (A) до плоскости линзы также должно сохраниться. Все это будет выполнено, если оптический центр линзы (O), изображение источника (A') и новый источник (A'') будут лежать на одной прямой. На рисунке 3 это прямая OA'' . Следовательно, источник надо сместить вниз на расстояние AA'' .

По формуле линзы найдем расстояние f от изображения источника до линзы:

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F}, \text{ и } f = \frac{dF}{d + F}.$$

Из подобия треугольников $AA'A''$ и $A'O'O'$ можно записать

$$\frac{AA''}{L} = \frac{d - f}{f}.$$

Отсюда находим искомое расстояние:

$$AA'' = L \left(\frac{d}{f} - 1 \right) = \frac{Ld}{F} = 8 \text{ см}.$$

Задача 3. Изображение точечного источника, расположенного на главной оптической оси собирающей линзы на расстоянии $d = 60$ см от нее, получено на экране. Между линзой и источником вставили плоскопараллельную прозрачную пластинку толщиной $a = 3$ см, перпендикулярную главной оптической оси линзы. Чтобы снова получить четкое изображение источника, экран пришлось передвинуть вдоль оптической оси на $\Delta = 1$ см. Определите показатель преломления пластинки, если фокусное расстояние линзы $F = 30$ см.

Сначала рассмотрим прохождение лучей от точечного источника A через плоскопараллельную пластинку (рис.4). Направим один из лучей под произвольным углом α к главной оптической оси линзы. После преломления на двух границах пластинки луч выйдет параллельно падающему

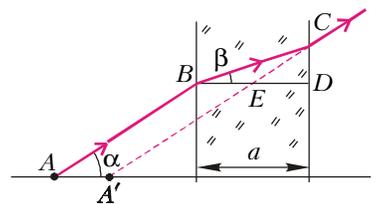


Рис. 4