Отсюда найдем высоту подъема жидкости:

$$h = \frac{\varepsilon_0 (\varepsilon - 1)}{2\rho g}\left(\frac{U}{d}\right)^2 .$$

Упражнения

1. Внутри плоского конденсатора с площадью пластин $S = 200$ см^2 и расстоянием между ними d = 0,1 см находится пластина из стекла ($\varepsilon = 5$), целиком заполняющая пространство между пластинами конденсатора. Как изменится энергия конденсатора, если удалить стеклянную пластину? Решить задачу при двух условиях: 1) конденсатор все время подсоединен к батарее с напряжением U = 300 В; 2) конденсатор был первоначально присоединен к той же батарее, затем отключен, и после этого пластина была удалена. Найдите также механическую работу, которая затрачивается на удаление пластины в том и другом случае.

2. Плоский воздушный конденсатор, пластины которого расположены горизонтально, наполовину залит жидким диэлектриком с проницаемостью ε. Какую часть конденсатора надо залить этим же диэлектриком при вертикальном расположении пластин, чтобы емкости в обоих случаях были одинаковы?

3. В подключенный к батарее плоский конденсатор вставляются две пластины из сегнетоэлектрика ($\varepsilon = 100$) таким образом, что между ними остается небольшой зазор (рис.8). При какой величине зазора h поле в нем будет в n = 50 раз больше, чем в отсутствие диэлектрика? Расстояние между обкладками d = 2 см.

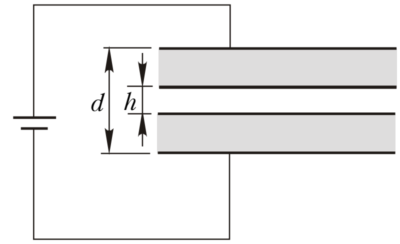

Рис. 8

4. Плоский конденсатор с горизонтально расположенными пластинами подсоединен к батарее с ЭДС $\mathcal{E}$ и помещен в сосуд, который постепенно заполняется керосином ($\varepsilon = 2$). Найдите зависимость напряженности поля в центре конденсатора от толщины слоя керосина h внутри него. Расстояние между пластинами конденсатора равно d.

Точка на окружности

В.АЛЕКСЕЕВ, В.ГАЛКИН, В.ПАНФЕРОВ, В.ТАРАСОВ

Задачи о точках, лежащих на окружности, о хордах и касательных, проходящих через эти точки, часто встречаются в вариантах вступительных экзаменов. С методами решения таких задач мы и собираемся познакомить читателей.

Напомним основные теоремы, которыми нам в дальнейшем придется часто пользоваться. Это прежде всего теоремы о вписанных углах, углах между хордами и касательными, углах с вершиной внутри и вне круга и, разумеется, теорема синусов. Причем теорему синусов часто бывает удобно применять в следующей формулировке: *если из точки A окружности радиуса R хорда BC длины a видна под углом* α, *то* $a = 2R\sin\alpha$ *(рис.1).*

Мы рекомендуем читателям вспомнить формулировки и доказательства упомянутых теорем. Ведь очень часто доказательство той или иной теоремы содержит в себе методы решения близких по формулировке задач.

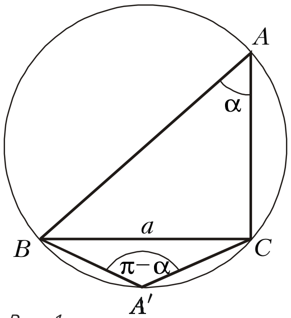

Рис. 1

В дальнейшем мы будем придерживаться стандартных обозначений сторон, углов и других элементов треугольника, т.е. полагать, что $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$, $\angle C = \gamma$. Радиус окружности, проходящей через три заданные точки K, L, M, будем обозначать как R_{KLM}.

Итак, приступим к решению задач.

Задача 1. *В треугольнике ABC даны сторона BC = a и* $\angle A = \alpha$. *Пусть I – центр вписанной окружности, H – ортоцентр (точка пересечения высот),* B_1 *и* C_1 *– основания высот, проведенных из вершин B и C. Найдите* R_{ABC}, R_{BIC}, R_{BHC}, *а также отрезки* B_1C_1 *и AH.*

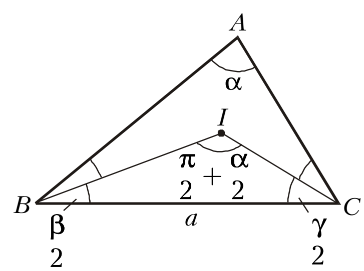

Рис. 2

Решение. По теореме синусов находим радиус описанной около треугольника ABC окружности:

$$R = R_{ABC} = \frac{a}{2\sin\alpha} .$$

Так как I – точка пересечения биссектрис (рис.2),

$$\angle BIC = \pi - \frac{\beta + \gamma}{2} = \pi - \frac{\pi - \alpha}{2} = \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2} .$$

(Заметим попутно, что $\angle BIC$ всегда тупой и выражается только через угол α.) По теореме синусов,

$$R_{BIC} = \frac{a}{2\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{a}{2\cos\frac{\alpha}{2}} .$$

Угол BHC также выражается через α, а именно, $\angle BHC = \pi - \alpha$. Кстати, здесь необходимо рассмотреть два возможных случая: $\alpha < \frac{\pi}{2}$ (рис.3,*а*) и $\alpha > \frac{\pi}{2}$ (рис.3,*б*). Проследите это самостоятельно. Снова по теореме синусов

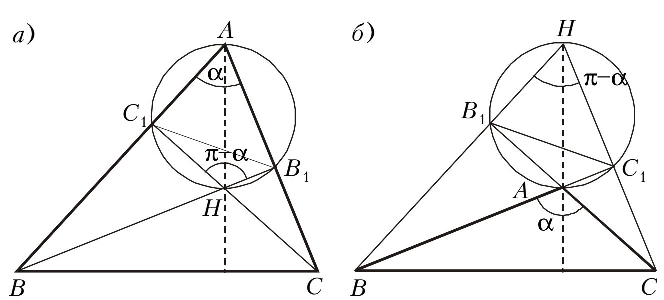

Рис. 3