

них. Первоначальный заряд на конденсаторе был

$$Q_1 = C_1 E = \frac{\epsilon_0 \epsilon S E}{d},$$

а после перемещения стал

$$Q_2 = C E = \frac{\epsilon_0 \epsilon S E}{d + \epsilon x}.$$

Теперь найдем энергию, запасенную в конденсаторе в двух состояниях – исходном и конечном:

$$W_1 = \frac{C_1 E^2}{2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S E^2}{2d},$$

$$W_2 = \frac{C E^2}{2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S E^2}{2(d + \epsilon x)}.$$

Перемещая обкладку конденсатора, мы совершили работу  $A$ . По закону сохранения энергии эта работа пошла на изменение энергии конденсатора и на работу против ЭДС источника, поскольку при перемещении обкладки конденсатора его заряд уменьшается и ток течет против ЭДС:

$$\begin{aligned} A &= (W_2 - W_1) + (Q_1 - Q_2) E = \\ &= \left( \frac{\epsilon_0 \epsilon S E^2}{2(d + \epsilon x)} - \frac{\epsilon_0 \epsilon S E^2}{2d} \right) + \left( \frac{\epsilon_0 \epsilon S E^2}{d} - \frac{\epsilon_0 \epsilon S E^2}{d + \epsilon x} \right) = \frac{\epsilon_0 \epsilon^2 S E^2 x}{2d(d + \epsilon x)}. \end{aligned}$$

Отсюда находим искомое перемещение пластины конденсатора:

$$x = \frac{d}{\epsilon \left( \frac{\epsilon_0 \epsilon S E^2}{2Ad} - 1 \right)}.$$

**Задача 4.** В плоский конденсатор вдвигается с постоянной скоростью  $v$  пластина из диэлектрика (рис.6). Определите ток в цепи батареи, подключенной к конденсатору. Считать известными ЭДС батареи  $E$ , диэлектрическую проницаемость  $\epsilon$ , высоту квадратных пластин конденсатора  $S = b^2$ .

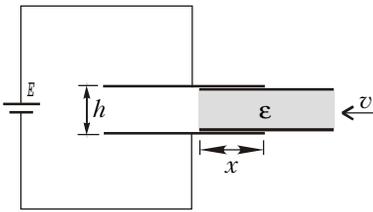


Рис. 6

делите ток в цепи батареи, подключенной к конденсатору. Считать известными ЭДС батареи  $E$ , диэлектрическую проницаемость  $\epsilon$ , высоту квадратных пластин конденсатора  $S = b^2$ .

Выберем в качестве переменной величины длину диэлектрика, находящегося в конденсаторе. Найдем емкость конденсатора в тот момент, когда пластина вошла в конденсатор на величину  $x$ . Такой конденсатор эквивалентен системе двух параллельно соединенных конденсаторов: воздушного емкостью

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S (b - x)}{bh}$$

и диэлектрического емкостью

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon S x}{bh}.$$

Емкость нашей системы равна

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\epsilon_0 S (b + (\epsilon - 1)x)}{bh}.$$

Заряд на конденсаторе в этот момент равен

$$Q = C E = \frac{\epsilon_0 S E (b + (\epsilon - 1)x)}{bh}.$$

Следовательно, в цепи батареи идет ток

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{\epsilon_0 S E (\epsilon - 1)}{bh} \frac{dx}{dt} = \frac{\epsilon_0 S E (\epsilon - 1)}{bh} v = \frac{\epsilon_0 b E (\epsilon - 1) v}{h}.$$

**Задача 5.** В широкий сосуд с жидкостью частично погружается плоский конденсатор. Конденсатор подключен к батарее, которая поддерживает на обкладках конденсатора постоянную разность потенциалов  $U$ . Расстояние между пластинами  $d$ , плотность жидкости  $\rho$ , диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$ . На какую высоту поднимется жидкость в конденсаторе? Поверхностным натяжением пренебречь.

Обозначим высоту подъема жидкости через  $h$ , высоту пластин через  $L$ , а размер пластин в направлении, перпендикулярном рисунку 7, через  $a$ . Идея решения задачи заключается в следующем: запишем полную энергию нашей системы, которая является функцией от  $h$ , а затем исследуем ее на минимум по переменной  $h$ . Очевидно, что при некотором  $h$  энергия системы будет минимальна, а производная энергии по  $h$  будет равна нулю. Это и будет установившаяся высота подъема жидкости.

Сначала найдем емкость нашего конденсатора при подъеме жидкости на высоту  $h$ . Мы имеем систему двух параллельных конденсаторов, поэтому общая емкость равна их сумме:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon h a}{d} + \frac{\epsilon_0 (L - h) a}{d} = \frac{\epsilon_0 a}{d} (h(\epsilon - 1) + L).$$

Электрическая энергия, запасенная в конденсаторе, равна

$$W_1 = \frac{C U^2}{2}.$$

Потенциальная энергия поднятой жидкости при нулевом уровне, отсчитываемым от уровня жидкости в сосуде, составляет

$$W_2 = \frac{ad\rho g h^2}{2}.$$

Энергию, запасенную в батарее, можно записать в виде

$$W_3 = W_0 - QU = W_0 - C U^2,$$

где  $W_0$  – полный запас энергии батареи, а  $C U^2$  – это израсходованная энергия батареи, т.е. работа, которую совершила батарея, заряжая конденсатор до напряжения  $U$ . Полная энергия нашей системы равна

$$W = W_1 + W_2 + W_3 =$$

$$= \frac{C U^2}{2} + \frac{ad\rho g h^2}{2} + W_0 - C U^2 = \frac{ad\rho g h^2}{2} - \frac{C U^2}{2} + W_0.$$

Подставив сюда выражение для емкости, получим

$$W = \frac{ad\rho g h^2}{2} - \frac{\epsilon_0 a (h(\epsilon - 1) + L) U^2}{2d} + W_0.$$

Продифференцируем это выражение по  $h$  и приравняем к нулю:

$$\frac{dW}{dh} = ad\rho g h - \frac{\epsilon_0 a (\epsilon - 1) U^2}{2d} = 0.$$

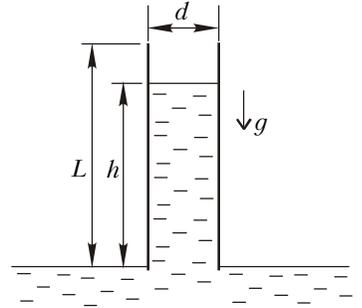


Рис. 7