

мы равна

$$C = \frac{\epsilon_0 a(a-x)}{d} + \frac{\epsilon_0 \epsilon a x}{d} = \frac{\epsilon_0 a(a-x+\epsilon x)}{d}.$$

Разность потенциалов между обкладками исходного конденсатора составляет

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{Qd}{\epsilon_0 a(a-x+\epsilon x)}.$$

Напряженность поля в диэлектрике равна напряженности поля в воздушной части конденсатора (рис.2,б):

$$E_d = E_3 = \frac{U}{d} = \frac{Q}{\epsilon_0 a(a-x+\epsilon x)}.$$

Поскольку емкость конденсатора, полностью заполненного диэлектриком, составляет

$$C_d = \frac{\epsilon_0 \epsilon a x}{d},$$

то свободный заряд на этом конденсаторе равен

$$Q_C = C_d U = \frac{Q \epsilon x}{(a-x+\epsilon x)}.$$

Этими зарядами создается поле

$$E_4 = \frac{Q_C}{\epsilon_0 a x} = \frac{\epsilon Q}{\epsilon_0 a(a-x+\epsilon x)},$$

а напряженность поля E_5 определяется связанными зарядами:

$$E_5 = \frac{\sigma_{\text{п}}}{\epsilon_0},$$

где $\sigma_{\text{п}}$ – поверхностная плотность связанных зарядов. Используем тот факт, что $E_3 = E_4 - E_5$, и найдем $\sigma_{\text{п}}$:

$$\frac{Q}{\epsilon_0 a(a-x+\epsilon x)} = \frac{\epsilon Q}{\epsilon_0 a(a-x+\epsilon x)} - \frac{\sigma_{\text{п}}}{\epsilon_0},$$

откуда

$$\sigma_{\text{п}} = \frac{(\epsilon-1)Q}{a(a-x+\epsilon x)}.$$

Проведем проверку полученного результата: при $\epsilon \rightarrow 1$ $\sigma_{\text{п}} \rightarrow 0$ (случай пустого конденсатора), при $\epsilon \rightarrow \infty$ $\sigma_{\text{п}} \rightarrow Q/(ax)$ (вместо диэлектрика – проводящая пластина). Действительно, во втором случае весь заряд обкладок соберется на площади $S = ax$. Дело в том, что напряженность поля внутри проводника равна нулю, а из этого следует, что напряженность поля в воздушном зазоре также равна нулю. Отсутствие поля в воздушном пространстве конденсатора означает, что поверхностная плотность зарядов на обкладках длиной $a-x$ равна нулю, а весь заряд собрался на обкладках длиной x .

Задача 2. Диэлектрическая пластина толщиной l_2 с диэлектрической проницаемостью ϵ введена в плоский воздушный конденсатор (рис.3). Между поверхностями пластины и обкладками конденсатора остались воздушные зазоры, суммарная толщина которых равна l_1 . Определите силу притяжения между обкладками конденсатора, если разность потенциалов между ними U , а площадь пластин S .

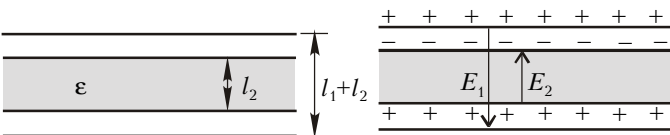


Рис. 3

Рис. 4

Пространство между пластинами нашего конденсатора разбивается на две области (рис.4): воздушный зазор, в котором электрическое поле E создается свободными зарядами обкладок, и слой диэлектрика, в котором электрическое поле создается и свободными и связанными зарядами и равно $E_d = E_1 - E_2$. Эта система эквивалентна двум последовательно соединенным конденсаторам: один из них воздушный с расстоянием между пластинами l_1 , а второй – заполненный диэлектриком толщиной l_2 . Емкость первого конденсатора равна $C_1 = \epsilon_0 S/l_1$, а второго – $C_2 = \epsilon_0 \epsilon S/l_2$. Общая емкость равна

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{\epsilon l_1 + l_2}.$$

Зная напряжение на конденсаторе, можно найти его заряд:

$$Q = CU = \frac{\epsilon_0 \epsilon S U}{\epsilon l_1 + l_2}$$

и напряженность электрического поля в воздушном зазоре:

$$E_1 = \frac{Q}{\epsilon_0 S} = \frac{\epsilon U}{\epsilon l_1 + l_2}.$$

Но это поле создается обеими пластинами, а поле одной пластины равно

$$\frac{E_1}{2} = \frac{\epsilon U}{2(\epsilon l_1 + l_2)}.$$

Тогда сила притяжения, действующая на каждую обкладку конденсатора, равна

$$F = \frac{E_1}{2} Q = \frac{\epsilon_0 \epsilon^2 S U^2}{2(\epsilon l_1 + l_2)^2}.$$

Задача 3. Плоский конденсатор, пластины которого имеют площадь S и расположены на расстоянии d , заполнен твердым диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ϵ . Конденсатор подсоединен к батарее постоянного тока, ЭДС которой E . Одну из пластин конденсатора отодвигают так, что образуется воздушный зазор (рис.5). На какое расстояние x отодвинута пластина, если при этом произведена работа A ?

Емкость исходного конденсатора равна

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}.$$

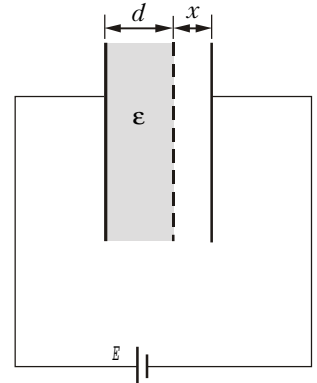


Рис. 5

Емкость конденсатора после перемещения правой обкладки на x будет равна емкости двух последовательно соединенных конденсаторов: конденсатора емкостью C_1 и воздушного конденсатора емкостью

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{x}.$$

Емкость системы двух конденсаторов составляет

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d + \epsilon x}.$$

Мы видим, что при перемещении обкладки емкость конденсатора уменьшается, а следовательно, уменьшается и заряд на обкладках конденсатора при постоянном напряжении на