

Как узреть свой затылок вдали

А. СТАСЕНКО

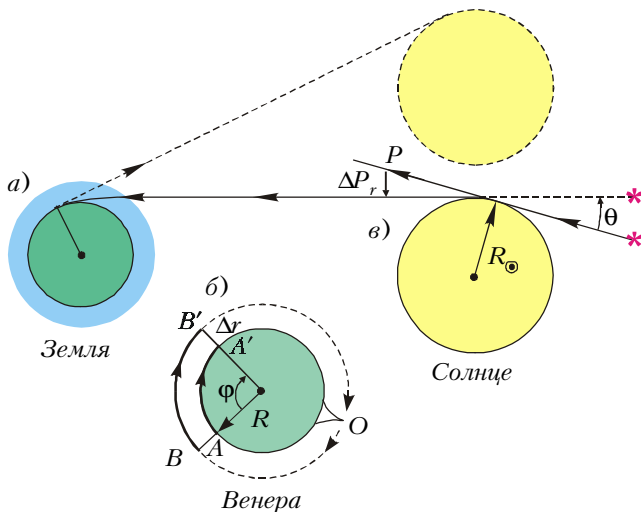
*...Видишь, с какой быстротой восходящее солнце внезапно
Все облекает кругом потоками яркого света!*

*Но и тот жар, что идет от солнца, и свет его ясный
Не в пустоте совершают свой путь; и двигаться тише
Свет принужден, пока он рассекает воздушные волны...*

Лукреций

ОЧЕНЬ ЛЕГКО НАБЛЮДАТЬ «ПРЕЛОМЛЕНИЕ» ЧАЙНОЙ ложки в стакане воды. Еще древние греки пытались получить количественное выражение закона преломления. В случае прозрачных жидкостей это явление наблюдается легко, поскольку коэффициент преломления n для них значителен – например, скорость света c_v в воде в $4/3$ раза меньше, чем скорость света c в вакууме: $n = c/c_v = 4/3$. В газах этот коэффициент значительно ближе к единице – так, в воздухе он отличается от единицы где-то в четвертом знаке. Но и это отличие вполне ощутимо: за счет искривления солнечных лучей в атмосфере мы видим Солнце раньше его «геометрического» восхода и позднее захода (см. рисунок). Таким образом в сутки набирается дополнительно несколько «лишних» минут светового дня, а за год – несколько суток, что немаловажно для колхозных полей и личных огородов. Это явление называется *атмосферной рефракцией*. Ее причина понятна: атмосфера с приближением к Земле становится все плотнее, а лучи отклоняются в сторону слоев с большим коэффициентом преломления.

А нельзя ли вообразить планету с такой атмосферой, в которой луч искривляется настолько сильно, что возвращается в исходную точку? Тогда, в принципе, можно было бы увидеть свою спину вдалеке (см. рисунок б; луч $OBB'O$). Правда, очень вдалеке, на расстоянии порядка $2\pi R$, где R – радиус планеты. Такое явление уместно назвать *сверхрефракцией*.



Для того чтобы фронт волны AB после поворота радиус-вектора на угол φ остался перпендикулярным поверхности планеты ($A'B'$), нужно, чтобы участки лучей AA' и BB' проходились волной за одно и то же время:

$$t = \frac{BB'}{c(R + \Delta r)} = \frac{AA'}{c(R)},$$

или

$$BB' \cdot n(R + \Delta r) = AA' \cdot n(R), \quad (1)$$

где $c(R + \Delta r)$ и $n(R + \Delta r) = n(R) + \Delta n$ – скорость волны и коэффициент преломления на высоте Δr . Поскольку $AA' = R\varphi$, $BB' = (R + \Delta r)\varphi$, из выражения (1) получим

$$(R + \Delta r)\varphi(n(R) + \Delta n) = R\varphi n(R).$$

Раскрывая скобки и пренебрегая малой величиной второго порядка ($\Delta r \Delta n \ll 1$), получим простое уравнение

$$-\frac{\Delta n}{n \Delta r} = \frac{1}{R}. \quad (2)$$

Значит, относительная убыль коэффициента преломления, отнесенная к приращению высоты, должна быть равной кривизне поверхности планеты (обратному значению ее радиуса).

Но как коэффициент преломления связан со свойствами атмосферы? Разумно предположить, что его отличие от единицы (это значение для вакуума) пропорционально концентрации N молекул: $n - 1 = \alpha N$, где α – некоторый коэффициент. Следовательно,

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\alpha \Delta N}{n} \approx \alpha \Delta N \quad (3)$$

(так как само значение n для газов очень близко к единице). Поскольку размерность концентрации молекул $[N] = \text{м}^{-3}$, коэффициент α должен иметь размерность объема: $[\alpha] = \text{м}^3$. Объема чего? Ну конечно же, он как-то должен быть связан с объемом молекул газов, входящих в состав атмосферы.

Возьмем Землю. Для воздуха (из соответствующих таблиц) $\alpha N \approx 3 \cdot 10^{-4}$, $N = 2,7 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$; значит, $\alpha \approx 10^{-29} \text{ м}^3$. Диаметр молекулы азота (основной компонент воздуха) равен $d \approx 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$, ее объем составляет

$$\frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^3 = \frac{4\pi \cdot 27 \cdot 10^{-30}}{3 \cdot 8} \text{ м}^3 \approx 4\pi \cdot 10^{-30} \text{ м}^3 \sim \alpha.$$

Следовательно, можно считать, что произведение αN есть суммарная доля объема, занятого («вытесненного») самими молекулами.

А что творится, например, на Венере? Там имеется горячая ($T \approx 800 \text{ К}$) и плотная ($p \approx 100 \text{ атм}$) атмосфера углекислого газа (его молярная масса равна $44 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$). Концентрация молекул у поверхности равна

$$N = \frac{p}{kT} = \frac{100 \cdot 10^5}{1,4 \cdot 10^{-23} \cdot 800} \text{ м}^{-3} \sim 10^{27} \text{ м}^{-3}$$

(здесь k – постоянная Больцмана). Радиус молекул углекислого газа в 1,25 раза больше, чем у азота; значит, объем больше почти в два раза, и $\alpha \approx 2 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3$. Итак, у поверхности Венеры имеем $\alpha N \approx 0,02$, что на два порядка больше, чем для атмосферы Земли.

Далее, из условия равновесия столба газа высотой Δr и сечением S :

$$-\Delta p S = Nmg \Delta r S$$

и из выражения для давления газа:

$$p = NkT$$