

воздуха в помещении, толщина стекла и загрязненность его поверхности, наличие и скорость воздушных потоков вблизи стекла (в частности, наличие или отсутствие щелей в оконной раме или трещин в стекле) и т.д.

Замечательные ледяные узоры часто образуются зимой на стеклах автобусов или троллейбусов. При этом слой льда может достигать нескольких миллиметров. Источником водяного пара является, разумеется, дыхание пассажиров. Сначала на поверхности стекла образуется водяная пленка толщиной в несколько диаметров молекул. Молекулы воды в ней испытывают сильное влияние молекул поверхности стекла. Хотя вода в пленке переохлаждена, но возможности для превращения воды в лед не возникает. По мере увеличения толщины пленки и уменьшения влияния молекул поверхности стекла в воде возникают центры кристаллизации. Рост кристаллов происходит во всевозможных направлениях, но самые большие кристаллы растут вдоль поверхности стекла. Скорости роста кристалла в различных направлениях тоже существенно различаются. Можно повторить, что взаимное

влияние соседних и удаленных друг от друга молекул определяет вероятность заселения той или иной «вакансии» в растущем кристалле. С этим, по-видимому, связана форма (степень кривизны) растущих на поверхности стекла ледяных узоров. Когда толщина ледяного панциря на стекле становится настолько большой, что отвод тепла наружу замедляется, кристаллы льда начинают расти в перпендикулярном стеклу направлении. Стекло как бы покрывается шубой из ледяных иголок.

Скоро наступит зима, и вы сможете легко убедиться в том, что снежинки действительно имеют разнообразные симметричные красивые формы. Сама снежинка, можно сказать, представляет собой застывший случайный процесс. А если, сидя в автобусе возле покрытого морозными узорами стекла, вы сможете своим теплым дыханием «продышать» во льду окошечко для наблюдения, обратите внимание на то, как быстро это окошко вновь зарастает льдом – кристаллы льда растут быстрее, чем движется минутная стрелка ваших наручных часов.

# СКОЛЬКО СТОИТ ЗАПУСК СПУТНИКА?

**В. ЛАНГЕ**

**Р**АССМОТРИМ СПУТНИК, ОБРАЩАЮЩИЙСЯ ВОКРУГ Земли по сравнительно низкой круговой орбите, во всех точках которой ускорение силы тяжести можно считать равным его значению вблизи земной поверхности, т.е.  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ . Учитывая, что центростремительное ускорение спутнику сообщает сила притяжения к Земле:

$$\frac{mv^2}{R} = mg,$$

где  $m$  – масса спутника,  $v$  – его скорость,  $R$  – радиус Земли, находим кинетическую энергию спутника:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{mgR}{2}.$$

Для оценки потенциальной энергии спутника, движущегося по низкой орбите, используем приближение

$$E_p = mgH,$$

где высота орбиты  $H \ll R$ .

Сравнивая два последних выражения, мы видим, что потенциальная энергия спутника на низкой орбите намного меньше его кинетической энергии, которую, таким образом, можно считать практически равной полной энергии спутника  $E$ . Найдем ее, положив  $m = 100 \text{ кг}$  и  $R = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$ :

$$E = 0,5 \cdot 100 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 6,4 \cdot 10^6 \text{ м} = 3,1 \cdot 10^9 \text{ Дж} = 870 \text{ кВт} \cdot \text{ч}.$$

при тарифе, например, 56 копеек за 1 киловатт-час запуск спутника должен, казалось бы, стоить всего около 480 рублей! Почему же на самом деле затраты на осуществление космических программ соизмеримы с национальными бюджетами небольших стран?

Разгадка парадокса состоит в том, что полученное нами значение энергии,  $870 \text{ кВт} \cdot \text{ч}$ , необходимо, но совершенно недостаточно для запуска спутника массой 100 кг на околоземную орбиту. Поскольку ракета как тепловая машина обладает крайне низким коэффициентом полезного действия, фактические затраты энергии оказываются во много-много раз больше. Дело в том, что наряду с полезным грузом приходится поднимать также горючее, необходимое для непрерывной работы двигателей. Правда, ракета «худеет» очень быстро, но для сообщения ей желательной скорости нужно сжечь колоссальные количества топлива, что сильно снижает КПД.

Для вывода формулы, связывающей массу и скорость ракеты, примем сначала, что топливо сгорает отдельными порциями массой  $\Delta M = M/N$ , где  $M$  – масса ракеты перед выбросом из нее порции  $\Delta M$ , а  $N$  – достаточно большое число. После сгорания первой порции масса ракеты станет равной

$$M_1 = M_0 - \frac{M_0}{N} = M_0 \left(1 - \frac{1}{N}\right).$$

После сгорания второй порции масса вновь уменьшится на  $(1/N)$ -ю часть, но уже от  $M_1$ , и станет равной

$$M_2 = M_1 \left(1 - \frac{1}{N}\right) = M_0 \left(1 - \frac{1}{N}\right)^2.$$

Рассуждая таким же образом далее, находим массу ракеты после сгорания  $n$ -й порции топлива:

$$M_n = M_0 \left(1 - \frac{1}{N}\right)^n. \quad (1)$$

Рассмотрим теперь, как меняется при этом скорость ракеты. При скорости истечения продуктов горения, равной  $u$ , масса  $\Delta M$  уносит импульс  $\Delta p = u\Delta M$ . В соответствии с законом сохранения импульса такой же по величине, но противоположно направленный импульс получит ракета, в результате чего ее скорость увеличится на  $\Delta p / (M - \Delta M) = (u\Delta M) / (M - \Delta M)$ . Таким образом, если