Конкурс имени А.П.Савина «Математика 6–8»

Мы продолжаем очередной конкурс по решению математических задач для учащихся 6–8 классов. Решения задач высылайте в течение месяца после получения этого номера журнала по адресу: 119296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант» (с пометкой «Конкурс «Математика 6–8»). Не забудьте указать имя, класс и домашний адрес.

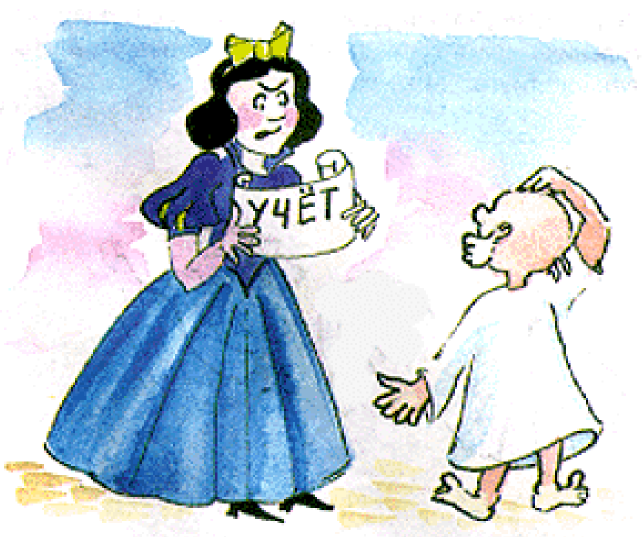
Как и прежде, мы приветствуем участие не только отдельных школьников, но и математических кружков. Руководителей кружков просим указать электронный адрес или контактный телефон.

6. 8 одинаковых по внешнему виду монет расположены по кругу. Известно, что 3 из них фальшивые (более тяжелые по весу). Все фальшивые монеты весят

одинаково, все настоящие тоже. Можно ли определить все три фальшивые монеты, произведя лишь два взвешивания на чашечных весах без гирь?

И.Николаева

7. В темном чулане семь гномов хранят колпаки разных цветов, причем колпаков каждого цвета поровну. Проснувшись как-то утром, первый гном попросил 10 колпаков одного цвета. Белоснежка сходила в чулан и отсчитала в темноте наугад столько колпаков, чтобы их наверняка хватило выполнить его просьбу. Но тут

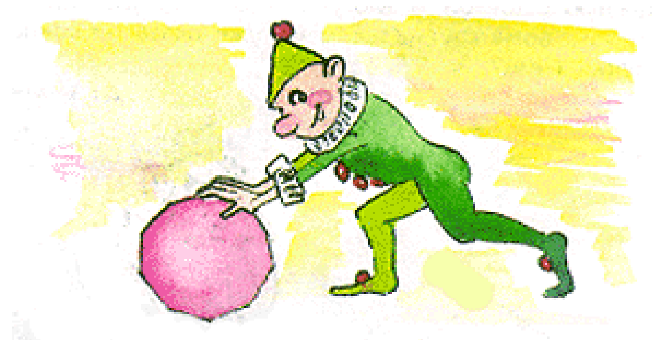


проснулись остальные гномы, и второй гном попросил 9 колпаков одного цвета, третий – 8 колпаков одного цвета, и так далее, вплоть до последнего седьмого гнома, который попросил 4 колпака одного цвета. Чтобы выполнить просьбы всех гномов, Белоснежка вынуждена была еще раз сходить в чулан за колпаками. Какое наибольшее число цветов могли иметь колпаки, хранящиеся в чулане?

А.Малеев

8. Длина каждой стороны десятиугольника равна 1. Девять его сторон касаются некоторой окружности. Докажите, что десятая сторона тоже касается этой окружности.

В.Произволов



9. Таблица, состоящая из m строк и n столбцов, заполнена различными натуральными числами от 1 до mn ($m \geq n \geq 2$). Назовем две клетки, имеющие общую сторону или вершину, близкими. Для каждой пары близких клеток выпишем на отдельный лист абсолютную величину разности между числами, стоящими в этих клетках. Среди выписанных чисел выберем наибольшее. Докажите, что наименьшее возможное значение этого числа равно $n + 1$.

И.Акулич

10. Существует ли такое натуральное число n, большее единицы, что n^2 равно сумме n квадратов последовательных целых чисел?

В.Сендеров, А.Спивак