

можно записать систему уравнений:

$$\frac{U}{r+1500} = \frac{1}{2}I, \quad \frac{U}{r+500} = \frac{3}{4}I, \quad \frac{U}{r+R_x} = xI.$$

Отсюда легко найти $U/I = r = 1500$ Ом и выразить зависимость величины x (доля шкалы, на которую отклоняется стрелка при сопротивлении R_x) от величины R_x :

$$x = \frac{1500}{1500 + R_x}.$$

При сопротивлении 1000 Ом стрелка отклонится на 3/5 шкалы, при 300 Ом – на 5/6 шкалы.

Измерить можно сопротивление, при котором стрелка отклонится на 6–20 делений шкалы (в зависимости от того, что вы считаете разумной точностью). Это соответствует значениям x от 0,06 до 0,2 и сопротивлениям измеряемых резисторов в диапазоне от 20 кОм (примерно) до 6 кОм.

А.Простов

Ф1830. Для определения емкости C конденсатора большой емкости применяется следующий метод. Конденсатор заряжают до напряжения батарейки, а затем разряжают его несколько раз при помощи конденсатора известной емкости $C_0 = 10$ мкФ, который каждый раз присоединяют к выводам батарейки, а затем подключают параллельно выводам конденсатора емкостью C в противоположной полярности – «плюсом» к «минусу». Так повторяют определенное число раз, а затем проверяют остаточный заряд конденсатора емкостью C , подключая к нему микроамперметр. После 8 повторов максимальное отклонение стрелки составило 10 делений. В следующем опыте после 9 повторов стрелка отклонилась на 20 делений в другую сторону. Определите по этим данным емкость C .

Обозначим заряд конденсатора емкостью C после нескольких циклов переключения через Q . Тогда после очередного подключения маленького конденсатора с зарядом пластин q получится полный заряд $Q - q$ и заряд конденсатора емкостью C станет равным

$$\frac{(Q - q)C}{C + C_0} = (Q - q)a, \quad \text{где } a = \frac{C}{C + C_0}.$$

Теперь можно записать ряд значений заряда конденсатора начиная с Q_0 :

$$Q_0, \quad Q_0 a - a q, \quad Q_0 a^2 - q(a^2 + a), \\ Q_0 a^3 - q(a^3 + a^2 + a), \quad \dots, \\ \dots, \quad Q_0 a^n - q(a^n + a^{n-1} + \dots + a).$$

Выражение в последних скобках легко преобразовать, дополнив до бесконечно убывающей геометрической прогрессии, и заменить на $(a - a^{n+1})/(1 - a)$. Пусть после n циклов заряд большого конденсатора окажется в точности нулевым, тогда можно записать

$$Q_0 a^n = q \frac{a - a^{n+1}}{1 - a}.$$

Учтем, что $Q_0 = CU$ и $q = C_0 U$, и после простых

преобразований получим

$$a = (0,5)^{1/n}.$$

Из этого выражения можно вычислить отношение

$$\frac{C}{C_0} = \frac{a}{1 - a}.$$

Для приведенных в задаче чисел $n = 8$ и $n = 9$ получим отношения емкостей 11,05 и 12,5. Истинное значение ближе к 11,05 – простая пропорция дает для отношения емкостей конденсаторов $C/C_0 = 11,5$ и емкость $C = 115$ мкФ. При расчетах мы пренебрегли саморазрядом конденсаторов в процессе измерений (для обычных электролитических конденсаторов таких емкостей саморазряд может оказаться очень существенным), более точное вычисление неизвестной емкости при этом неоправданно.

З.Рафаилов

Ф1831. Источник переменного напряжения $U = U_0 \cos \omega t$ подключен к последовательно соединенным конденсатору емкостью $C = 1$ мкФ и катушке индуктивностью $L = 1$ Гн. Вольтметр, присоединенный к источнику, показывает напряжение $U_1 = 1$ В, а если подключить его к катушке, он покажет $U_2 = 100$ В. Какой может быть частота источника ω ? Элементы цепи считайте при расчете идеальными. А если катушка намотана проводом, имеющим сопротивление, то при каком его сопротивлении описанное выше возможно?

Из условия задачи ясно, что частота источника близка к собственной частоте контура $\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 1000 \text{ с}^{-1}$, и мы наблюдаем резонанс. Если частота чуть ниже резонансной, то напряжение конденсатора больше, чем у катушки, и при напряжении катушки 100 В оно составляет 101 В (при одинаковых токах напряжения противофазны, а их «сумма» дает напряжение источника). В этом случае

$$U_L = I\omega_1 L = 100 \text{ В}, \quad U_C = \frac{I}{\omega_1 C} = 101 \text{ В},$$

откуда

$$\omega_1 = \omega_0 \sqrt{\frac{100}{101}} = 995 \text{ 1/с}.$$

Если частота выше резонансной, то напряжение конденсатора меньше, оно равно 99 В, и в этом случае для частоты источника получим

$$\omega_2 = \omega_0 \sqrt{\frac{100}{99}} = 1005 \text{ 1/с}.$$

Если в цепи есть сопротивление, то при резонансе ток определяется этим активным сопротивлением. Для получения напряжения на катушке $U_L = 100$ В этот ток должен составить $I_0 = U_L/(\omega_0 L) = 0,1$ А. Для этого сопротивление не должно превышать величины

$$r = \frac{U_1}{I_0} = 10 \text{ Ом}.$$

Если сопротивление больше, то нужный ток не получается даже на резонансной частоте.

А.Зильберман

Ф1832. Плоская монохроматическая волна с длиной $\lambda = 0,55$ мкм падает перпендикулярно на очень