

довательно, $S_n = \frac{(k+1)^{n-N}}{k^{n-N}}$. Значит, S_N делится на сколь угодно большую степень числа k . Отсюда $k = 1$, что и требовалось.

16. Пусть I – центр вписанной окружности треугольника ABC , r – ее радиус, $k = \cos \angle BAC$. Докажем, что $T_B O_A \perp AB$. В треугольниках BAC и $B_1 A C_1$ угол BAC общий и $\frac{AB_1}{AB} = \frac{AC_1}{AC} = k$.

Таким образом, треугольники BAC и $B_1 A C_1$ подобны с коэффициентом k . Пусть X – проекция точки O_A на AB . Отрезки AX и AT_B – это отрезки от вершины A до точек касания соответствующих сторон со вписанной окружностью в подобных треугольниках, поэтому $\frac{AX}{AT_B} = k = \cos \angle XAT_B$. Но тогда прямая $T_B X$ перпендикулярна к AX и потому проходит через O_A , откуда $T_B O_A \perp AB$.

Аналогично, $T_C O_A \perp AB$. Очевидно, что $IT_C \perp AB$, $IT_B \perp AC$, причем $IT_C = IT_B = r$. В четырехугольнике $IT_B O_A T_C$ противоположные стороны параллельны и потому равны, откуда $T_B O_A = r$. Аналогично получаем, что и остальные стороны шестиугольника равны r .

Замечание. Из приведенного решения очевидно, что шестиугольник $T_A O_C T_B O_A T_C O_B$ центрально-симметричен. Менее очевидно, что его центр симметрии лежит на прямой, соединяющей центры вписанной и описанной окружностей треугольника ABC . Докажите эти утверждения самостоятельно.

Избранные задачи Московской физической олимпиады

Первый теоретический тур

8 класс

1. В оба момента времени расстояние между велосипедистом и автомобилем было 40 км.
2. $\Delta F = mg(L - 2l)/L \approx 480$ Н.
3. Четыре недели. *Указание.* Постройте график, отложив вдоль горизонтальной оси степень свежести яиц (в неделях), а вдоль вертикальной – концентрацию соли в растворе (в граммах на пол-литра воды).

9 класс

1. $l = L(k+1)/(k-1) = 500$ м.
2. $h = l/2$; $t_{\min} = 2\sqrt{2l/g}$.
3. В «черном ящике» может находиться только одна схема, но нумерация контактов может быть различной. При этом получаем $U = I_{12}r$ и $R = r(I_{12}/I_{13} - 1)$ при $I_{12} > I_{13}$ или $U = I_{13}r$ и $R = r(I_{13}/I_{12} - 1)$ при $I_{12} < I_{13}$.

10 класс

1. $v_1 = \sqrt{v^2 + 4u(u+v)(1 - L^2/R^2)}$.
2. $E = \frac{mg}{q} \frac{1}{1 - 2gL/v^2}$, $v > \sqrt{2gL}$.
3. $R = \tau/C$; $C_1 = C$.

11 класс

1. $F_{\text{тп}} = \frac{mv_0^2}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$.
2. Относительная влажность воздуха в меньшем сосуде вначале, при выравнивании давлений в сосудах, уменьшается до $\phi_{\min} = \phi_1(p_1 V_1 + p_2 V_2)/(p_1(V_1 + V_2)) \approx 13,3\%$, а затем, во время процесса диффузии, возрастает до максимального значения $\phi_{\max} = (\phi_1 V_1 + \phi_2 V_2)/(V_1 + V_2) \approx 33,3\%$.
3. $t = E/(Bg)$.

Второй теоретический тур

8 класс

1. $\tau = \frac{\tau_1 \tau_2 (v_2 - v_1)}{v_1 \tau_1 + v_2 \tau_2} = 5$ с. 2. $s = (2m_0 l - m_n L)/(2m_x) = 2,72$ м.
3. $M_2 = M_1 \frac{\rho_2 q}{\rho_1 q - (\rho_2 - \rho_1)(c \Delta t + r)} = 24,4$ кг, где $\Delta t = 100^\circ \text{C}$.

9 класс

1. При $s_2 \neq 0$ $v = (s_1 + s_2)/t$ и $\max(s_1 - s_2; 0) \leq l \leq s_1$; при $s_2 = 0$ $v = s_1/t$ и $l \geq s_1$.
2. $\tau = \frac{\lambda \tau_2}{c(t_3 - t_4)(t_4 - t_0)} \left(\frac{t_3 + t_4}{2} - t_0\right) = 6,5$ ч.

10 класс

1. $\mu = \frac{gR \operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{g^2 R^2 + v^4 \cos^2 \alpha}}$.
2. $T = \frac{2L}{\alpha v} \left(1 - \left(\frac{2 - \alpha}{2}\right)^{N-1}\right) \approx \frac{2L}{\alpha v} = 200$ с.

Заметим, что последний шарик после соударения приобретает (теоретически!) скорость, превышающую вторую космическую.

11 класс

1. $v_{\min} = \sqrt{2\sqrt{2}gR}$. 2. $n = \frac{1}{(1 + \Delta d(\sqrt{k} + 1)/d)^2} = \frac{1}{4}$.

КВАНТ

НОМЕР ПОДГОТОВИЛИ

А.А.Егоров, Л.В.Кардасевич, С.П.Коновалов, А.Ю.Котова, В.А.Тихомирова, А.И.Черноуцан

НОМЕР ОФОРМИЛИ

В.Д.Акатьева, Д.Н.Гришукова, В.В.Иванюк, А.И.Пацхверия, Е.А.Силина, Л.В.Тишков

ХУДОЖЕСТВЕННЫЙ РЕДАКТОР

Е.В.Морозова

КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРУППА

Е.А.Митченко, Л.В.Калиничева

ЗАВЕДУЮЩАЯ РЕДАКЦИЕЙ

Л.З.Симакова

Журнал «Квант» зарегистрирован в Комитете РФ по печати.

Рег. св-во №0110473

Адрес редакции:

117296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант», тел. 930-56-48

Отпечатано на Ордена Трудового Красного Знамени Чеховском полиграфическом комбинате Комитета Российской Федерации по печати 142300 г.Чехов Московской области Заказ №