

довательно,  $S_n = \frac{(k+1)^{n-N}}{k^{n-N}}$ . Значит,  $S_N$  делится на сколь угодно большую степень числа  $k$ . Отсюда  $k = 1$ , что и требовалось.

**16.** Пусть  $I$  – центр вписанной окружности треугольника  $ABC$ ,  $r$  – ее радиус,  $k = \cos \angle BAC$ . Докажем, что  $T_B O_A \perp AB$ . В треугольниках  $BAC$  и  $B_1 A C_1$  угол  $BAC$  общий и  $\frac{AB_1}{AB} = \frac{AC_1}{AC} = k$ .

Таким образом, треугольники  $BAC$  и  $B_1 A C_1$  подобны с коэффициентом  $k$ . Пусть  $X$  – проекция точки  $O_A$  на  $AB$ . Отрезки  $AX$  и  $AT_B$  – это отрезки от вершины  $A$  до точек касания соответствующих сторон со вписанной окружностью в подобных треугольниках, поэтому  $\frac{AX}{AT_B} = k = \cos \angle XAT_B$ . Но тогда прямая  $T_B X$  перпендикулярна к  $AX$  и потому проходит через  $O_A$ , откуда  $T_B O_A \perp AB$ .

Аналогично,  $T_C O_A \perp AB$ . Очевидно, что  $IT_C \perp AB$ ,  $IT_B \perp AC$ , причем  $IT_C = IT_B = r$ . В четырехугольнике  $IT_B O_A T_C$  противоположные стороны параллельны и потому равны, откуда  $T_B O_A = r$ . Аналогично получаем, что и остальные стороны шестиугольника равны  $r$ .

*Замечание.* Из приведенного решения очевидно, что шестиугольник  $T_A O_C T_B O_A T_C O_B$  центрально-симметричен. Менее очевидно, что его центр симметрии лежит на прямой, соединяющей центры вписанной и описанной окружностей треугольника  $ABC$ . Докажите эти утверждения самостоятельно.

### Избранные задачи Московской физической олимпиады

#### Первый теоретический тур

8 класс

1. В оба момента времени расстояние между велосипедистом и автомобилем было 40 км.
2.  $\Delta F = mg(L - 2l)/L \approx 480$  Н.
3. Четыре недели. *Указание.* Постройте график, отложив вдоль горизонтальной оси степень свежести яиц (в неделях), а вдоль вертикальной – концентрацию соли в растворе (в граммах на пол-литра воды).

9 класс

1.  $l = L(k+1)/(k-1) = 500$  м.
2.  $h = l/2$ ;  $t_{\min} = 2\sqrt{2l/g}$ .
3. В «черном ящике» может находиться только одна схема, но нумерация контактов может быть различной. При этом получаем  $U = I_{12}r$  и  $R = r(I_{12}/I_{13} - 1)$  при  $I_{12} > I_{13}$  или  $U = I_{13}r$  и  $R = r(I_{13}/I_{12} - 1)$  при  $I_{12} < I_{13}$ .

10 класс

1.  $v_1 = \sqrt{v^2 + 4u(u+v)(1 - L^2/R^2)}$ .
2.  $E = \frac{mg}{q} \frac{1}{1 - 2gL/v^2}$ ,  $v > \sqrt{2gL}$ .
3.  $R = \tau/C$ ;  $C_1 = C$ .

11 класс

1.  $F_{\text{тр}} = \frac{mv_0^2}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$ .
2. Относительная влажность воздуха в меньшем сосуде вначале, при выравнивании давлений в сосудах, уменьшается до  $\phi_{\min} = \phi_1(p_1 V_1 + p_2 V_2)/(p_1(V_1 + V_2)) \approx 13,3\%$ , а затем, во время процесса диффузии, возрастает до максимального значения  $\phi_{\max} = (\phi_1 V_1 + \phi_2 V_2)/(V_1 + V_2) \approx 33,3\%$ .
3.  $t = E/(Bg)$ .

#### Второй теоретический тур

8 класс

1.  $\tau = \frac{\tau_1 \tau_2 (v_2 - v_1)}{v_1 \tau_1 + v_2 \tau_2} = 5$  с. 2.  $s = (2m_0 l - m_n L)/(2m_x) = 2,72$  м.
3.  $M_2 = M_1 \frac{\rho_2 q}{\rho_1 q - (\rho_2 - \rho_1)(c \Delta t + r)} = 24,4$  кг, где  $\Delta t = 100^\circ \text{C}$ .

9 класс

1. При  $s_2 \neq 0$   $v = (s_1 + s_2)/t$  и  $\max(s_1 - s_2; 0) \leq l \leq s_1$ ; при  $s_2 = 0$   $v = s_1/t$  и  $l \geq s_1$ .
2.  $\tau = \frac{\lambda \tau_2}{c(t_3 - t_4)(t_4 - t_0)} \left(\frac{t_3 + t_4}{2} - t_0\right) = 6,5$  ч.

10 класс

1.  $\mu = \frac{gR \operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{g^2 R^2 + v^4 \cos^2 \alpha}}$ .
2.  $T = \frac{2L}{\alpha v} \left(1 - \left(\frac{2 - \alpha}{2}\right)^{N-1}\right) \approx \frac{2L}{\alpha v} = 200$  с.

Заметим, что последний шарик после соударения приобретает (теоретически!) скорость, превышающую вторую космическую.

11 класс

1.  $v_{\min} = \sqrt{2\sqrt{2}gR}$ . 2.  $n = \frac{1}{(1 + \Delta d(\sqrt{k} + 1)/d)^2} = \frac{1}{4}$ .

# КВАНТ

## НОМЕР ПОДГОТОВИЛИ

**А.А.Егоров, Л.В.Кардасевич, С.П.Коновалов,  
А.Ю.Котова, В.А.Тихомирова, А.И.Черноуцан**

## НОМЕР ОФОРМИЛИ

**В.Д.Акатьева, Д.Н.Гришукова, В.В.Иванюк,  
А.И.Пацхверия, Е.А.Силина, Л.В.Тишков**

## ХУДОЖЕСТВЕННЫЙ РЕДАКТОР

**Е.В.Морозова**

## КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРУППА

**Е.А.Митченко, Л.В.Калиничева**

## ЗАВЕДУЮЩАЯ РЕДАКЦИЕЙ

**Л.З.Симакова**

**Журнал «Квант» зарегистрирован в Комитете РФ по печати.**

**Рег. св-во №0110473**

**Адрес редакции:**

**117296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант»,  
тел. 930-56-48**

**Отпечатано на Ордена Трудового Красного Знамени  
Чеховском полиграфическом комбинате  
Комитета Российской Федерации по печати  
142300 г.Чехов Московской области  
Заказ №**