



Рис. 9

Теперь попробуем ответить на вопрос исследования: почему ошибался Птолемей? Птолемей измерил углы  $\alpha$  и  $\gamma$  в 10 точках интервала  $0 - 90^\circ$  через каждые  $10^\circ$ . Построим теоретическую зависимость  $\alpha$  от  $\gamma$ , считая известным коэффициент преломления воды  $n = 1,33$  (рис.9). «Позволим» Птолемею ошибаться в изме-

рящих через все точки с наибольшим и наименьшим наклоном, дает возможность оценить ошибку полученного значения  $n$ . У нас получилось  $n = 1,31 \pm 0,02$  для воды в бутылке и  $n = 1,49 \pm 0,02$  для оргстекла. А у вас?

Теперь попробуем ответить на вопрос исследования: почему ошибался Птолемей? Птолемей измерил углы  $\alpha$  и  $\gamma$  в 10 точках интервала  $0 - 90^\circ$  через каждые  $10^\circ$ . Построим теоретическую зависимость  $\alpha$  от  $\gamma$ , считая известным коэффициент преломления воды  $n = 1,33$  (рис.9). «Позволим» Птолемею ошибаться в изме-

рении углов на  $1$  градус ( $\pm 1^\circ$ ). При такой ошибке все точки, кроме углов  $\alpha = 70^\circ$  и  $\alpha = 80^\circ$ , ложатся на прямую. А теперь вспомним, как Птолемей измерял угол  $\gamma$ . Попробуйте сами опустить в воду линейку так, чтобы угол между ней и поверхностью воды составил  $70 - 80^\circ$  (что соответствует птолемеевским углам  $\alpha = 10 - 20^\circ$ ). «Излом» линейки, хорошо видный при больших углах, почти неразличим при малых. Поэтому скорее всего ошибка в измерении  $\gamma$  при малых  $\alpha$  может быть увеличена до  $\pm 3^\circ$ . В таком случае все точки, кроме  $\alpha = 80^\circ$ , ложатся на прямую. Анализ дошедшей до нас оригинальной таблицы результатов Птолемея подтверждает, что точка  $\alpha = 80^\circ$  действительно выпадает из линейной зависимости  $\gamma = k\alpha$ . Однако позволим великому естествоиспытателю самому решать, как интерпретировать зависимость, на которой девять точек из десяти ложатся на экспериментальную прямую, а одна «выпадает» из нее.

## НАШИ НАБЛЮДЕНИЯ

### «Утро туманное...»

Глядя на туманную толщу, зададим себе вопрос: какие физические факторы удерживают туман над поверхностью земли?

Хотя большинство частиц тумана имеют диаметр порядка  $10$  мкм (есть меньше, есть и больше), плотность воды в них обычная:  $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>; следовательно, архимедова сила тут ни при чем. Ветер похоже тоже ни при чем, так как его скорость может иметь вертикальную составляющую, направленную и вверх и вниз, а также нулевую. А может, туманные капельки совершают в воздухе броуновское движение и оттого не падают? Тоже нет, поскольку наибольший диаметр броуновской частицы примерно  $1$  мкм и, значит, удары молекул воздуха о парящие капли воды для них нечувствительны. Если подумать, что капельки очень медленно падают в воздухе, испытывая его сопротивление, то вычисления не подтвердят эту мысль. Физически несложный расчет, связанный с вязкостью воздуха (а потому выходящий за школьные рамки), дает, что десятиметровый слой тумана осел бы почти весь за  $56$  минут – а этого не наблюдается.

Предположим теперь, что микрокапельки воды наэлектризовались положительно в процессе образования тумана и находятся в равновесии в двух вертикальных противоположенных полях: в поле тяжести с напряженностью  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup> и в электрическом поле Земли с напряженностью  $E = 130$  В/м. Очевидно, что условие равновесия можно записать в виде  $mg = qE$ , где  $m$  и  $q$  – масса и заряд капельки соответственно. Капля не должна быть разорвана электрическими силами. В качестве простого условия ее стабильности разумно потребовать, чтобы электрическая энергия капли не превосходила ее поверхностную энергию, т.е.

$$\frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R} \leq 4\pi R^2 \sigma,$$

где  $R$  – радиус капли,  $\sigma = 7,2 \cdot 10^{-2}$  Н/м – коэффициент поверхностного натяжения воды,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м – электрическая постоянная. Из полученных соотношений (учитывая, что  $m = 4\pi R^3 \rho / 3$ ) находим диаметр капли:

$$d = 2R \leq 2\sqrt[3]{18\epsilon_0 \sigma \left(\frac{E}{g\rho}\right)^2} \approx 25 \text{ мкм}.$$

Результат явно подтверждает наше предположение.

### «Вошел: и пробка в потолок...»

Несомненно, по случаю ли Нового Года или по другому приятному поводу вам доводилось наблюдать такое физическое явление: из бутылки вместе с брызгами шампанского вылетает пробка и ударяет в потолок. Но вот потолок как раз и мешает установить, на какую высоту  $h$  она могла бы подняться. Можно, конечно, экспериментировать на открытом воздухе, но все равно высоту подъема пробки пришлось бы прикидывать «на глазок». Поэтому проведем оценочный расчет.

Сначала выполним измерения: масса пробки  $m = 8$  г; внутренний диаметр «ствола» бутылки равен  $18$  мм, значит, площадь его сечения  $S = 254$  мм<sup>2</sup>; глубина погружения пробки  $l = 24$  мм.

Часто сразу после снятия проволочной уздечки пробка несколько секунд остается неподвижной. Это означает, что сила давления газов и максимальная сила трения пробки о ствол примерно равны. Так как сила трения линейно убывает по мере выхода пробки из бутылки (покажите это), работу действующей на пробку силы можно записать в виде  $A = pSl/2$ , где  $p$  – давление в бутылке. А вот силой сопротивления воздуха пренебрегаем: ее учет, хотя и не создает проблемы, все же сильно утяжелит рассказ о вылетающей пробке.

В популярной энциклопедии «Алкогольные напитки» говорится, что «бутылка должна выдерживать в течение минуты давление  $17$  атмосфер». Примем запас прочности, страхующий бутылку от разрыва, пятикратным. Отсюда находим давление внутри бутылки:  $p = 3,4 \cdot 10^5$  Па.

Пусть «ствол» бутылки направлен вертикально вверх. Тогда имеем очевидное соотношение

$$mgh \sim \frac{pSl}{2}, \text{ откуда } h \sim \frac{pSl}{2mg} \approx 13 \text{ м}.$$

Заметим, что начальная скорость пробки при этом составляет  $v_0 \sim \sqrt{2gh} \approx 16$  м/с  $\approx 60$  км/ч. Этой средней автомобильной скорости вполне достаточно, чтобы травмировать, например, глаз. Поэтому целиться из бутылки в рядом стоящего не рекомендуется. Пусть уж лучше пробка летит в потолок!

Публикацию подготовил  
В. Дроздов