абстрактными объектами. Такие объекты соотносятся с реальностью приближенно, с некоторой долей погрешности. Например, в любой реальной модели правильного треугольника длины его сторон хоть ненамного, но отличаются одна от другой. Так обстоит дело и с условием А3. На плоскости, к которой мы привыкли на уроках геометрии и в жизни, условие А3 выполняется. А выполняется ли оно для метрополитена, с помощью которого мы интерпретируем, трактуем конечные геометрии? Конечно, нет. Разумеется, жители больших городов мечтают о том, чтобы от каждой станции до любой другой можно было бы добраться без пересадки (в этом как раз и заключается содержание третьего условия), но в жизни так практически не бывает. Не выполняется условие А3 и на рисунке 5.

В дальнейшем, тем не менее, будем считать, что для наших схем метро требование А3 имеет место: для любых двух станций имеется линия, их соединяющая, и притом только одна.

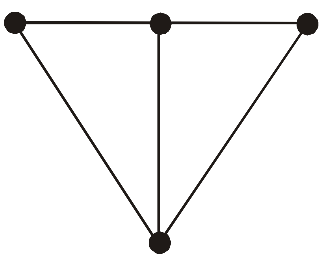

Рис. 6

Рассмотрим примеры геометрий, для которых выполнены все три условия.

Случай трех точек представлен на рисунке 4.

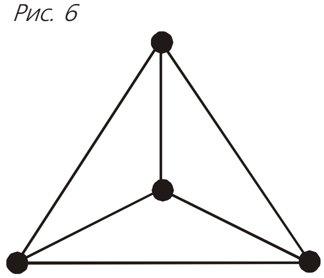

Рис. 7

Пусть даны четыре точки (четыре станции метро). На рисунке 6 имеется одна прямая с тремя точками и три прямые с двумя точками. На рисунке 7 количество прямых равно шести, на каждой прямой лежит по две точки. На этих двух рисунках прямая интерпретируется отрезком плоскости. Геометрию, соответствующую схеме на рисунке 7, можно смоделировать и другими способами. Так, на рисунке 8 прямые представлены сторонами и диагоналями четырехугольника, но пересечению диагоналей не соответствует никакая точка из нашей геометрии! Можно при этом вообразить линии метро, которые проходят под землей на разной глубине и не пересекаются. На рисунке 9 одна из прямых представлена кривой.

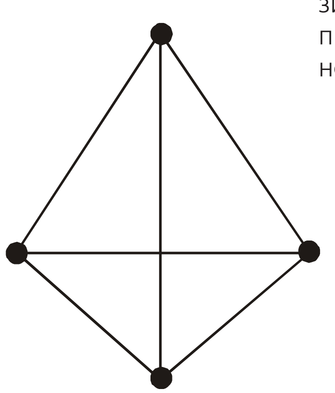

Рис. 8

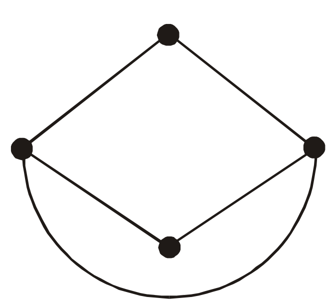

Рис. 9

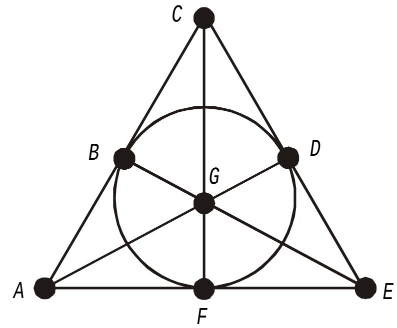

Рис. 10

На рисунке 10 представлена геометрия, содержащая семь точек *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G* и семь прямых. На каждой прямой в этой геометрии лежит ровно по три точки. Три прямые представлены сторонами правильного треугольника, другие три прямые — его медианами, одна прямая изображается окружностью, вписанной в этот треугольник.

Надеемся, что мы никого не запутали. А запутаться на первых порах немудрено. Только что мы сказали, что *прямая* представлена *кривой*, прямая изображается *окружностью*....

Напомним поэтому, что в геометрии понятия точки и прямой являются первичными, они никак не определяются. Важны лишь отношения между точками и прямыми, которые выражаются в аксиомах.

Помните поговорку: как угодно назови, хоть горшком, только в печь не ставь? Так и в геометрии: *любые* объекты можно назвать точками и прямыми, лишь бы они *удовлетворяли* перечисленным *условиям-аксиомам*. Здесь уместно вспомнить слова Анри Пуанкаре о том, что «математика — это искусство давать одно и то же название различным вещам». Отсюда вытекает поразительная универсальность математических моделей и такая эффективность математики в приложениях, которую Нобелевский лауреат по физике Ю.Вигнер назвал непостижимой. В.В.Маяковский заметил, что, с точки зрения математики, формула «два и два — четыре» — истина и для складывания двух окурков с двумя окурками, и для складывания паровозов.

Аксиоматический метод является одним из основных и важнейших в математике. Освоить любой метод можно, лишь решая задачи. Поэтому мы предлагаем потренироваться в обращении с аксиомами, определяющими конечные геометрии.

Для геометрии из четырех точек и шести прямых можно рассмотреть пространственную модель. Точки в этой модели — это вершины тетраэдра, прямые — ребра этого тетраэдра (рис.11). Можно вообразить реальный метрополитен, расположенный внутри некоторой горы, с такой схемой.

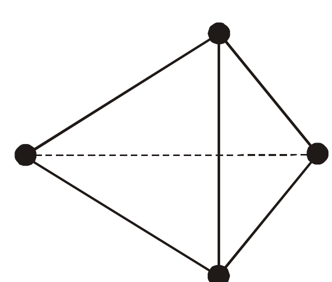

Рис. 11

Нетрудно доказать, что в геометрии с четырьмя точками количество прямых не превосходит шести. Действительно, пусть каждая из четырех точек соединена прямой с любой из трех других. Таких