# Задачи по математике и физике

***Этот раздел ведется у нас из номера в номер с момента основания журнала. Публикуемые в нем задачи нестандартны, но для их решения не требуется знаний, выходящих за рамки школьной программы. Наиболее трудные задачи отмечаются звездочкой. После формулировки задачи мы обычно указываем, кто нам ее предложил. Разумеется, не все эти задачи публикуются впервые.***

***Решения задач из этого номера следует отправлять не позднее 1 ноября 2002 года по адресу: 119296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант». Решения задач из разных номеров журнала или по разным предметам (математике и физике) присылайте в разных конвертах. На конверте в графе «Кому» напишите: «Задачник «Кванта» №4 – 2002» и номера задач, решения которых Вы посылаете, например «М1826» или «Ф1833». В графе «От кого» фамилию и имя просим писать разборчиво. В письмо вложите конверт с написанным на нем Вашим адресом и необходимый набор марок (в этом конверте Вы получите результаты проверки решений).***

***Условия каждой оригинальной задачи, предлагаемой для публикации, присылайте в отдельном конверте в двух экземплярах вместе с Вашим решением этой задачи (на конверте пометьте: «Задачник «Кванта», новая задача по физике» или «Задачник «Кванта», новая задача по математике»).***

***В начале каждого письма просим указывать номер школы и класс, в котором Вы учитесь.***

***Задачи М1826, М1829 и М1830 предлагались на LXV Московской математической олимпиаде.***

***Задачи Ф1833 – Ф1837 предлагались на Московской физической олимпиаде этого года.***

## Задачи М1826—М1830, Ф1833—Ф1837

**М1826.** Про положительные числа $a$, $b$, $c$ известно, что $1/a + 1/b + 1/c \ge a + b + c$. Докажите, что $a + b + c \ge 3abc$.

*С.Злобин*

**М1827.** Пусть $Q$ – произвольная точка окружности с диаметром $AB$, $QH$ – перпендикуляр, опущенный на $AB$. Точки $C$ и $M$ – это точки пересечения окружности с центром $Q$ и радиусом $QH$ с первой окружностью. Докажите, что прямая $CM$ делит радиус $QH$ пополам (рис.1).

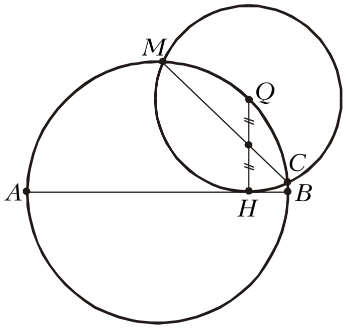


*Рис.1*

*В.Дубов*

**М1828.** А, Б, В, Г и Д собирают почтовые марки. У А – более $3/4$ марок Б, у Б – более $3/4$ марок В, у В – более $3/4$ марок Г, у Г – более $3/4$ марок Д, у Д – более $3/4$ марок А. Докажите, что есть марка, которая имеется у каждого филателиста.

*В.Произволов*

**М1829.** Можно ли раскрасить все точки квадрата и круга в черный и белый цвета так, чтобы множества белых точек этих фигур были подобны друг другу и множества черных точек были подобны друг другу (возможно, с разными коэффициентами подобия)?

*Г.Гальперин*

**М1830.** В возрастающей последовательности натуральных чисел каждое число, начиная с 2002-го, является делителем суммы всех предыдущих чисел. Докажите, что в последовательности найдется число, начиная с которого каждое число равно сумме всех предыдущих чисел.

*А.Шаповалов*

**Ф1833.** Маленькую шайбу запустили по шероховатой горизонтальной поверхности со скоростью $v_0 = 5$ м/с. График зависимости скорости шайбы $v$ от пройденного ею пути $s$ изображен на рисунке 2. Какой путь пройдет шайба до полной остановки, если ее запустить из той же точки в том же направлении со скоростью $v_1 = 4$ м/с?

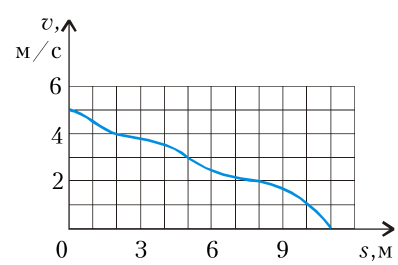


*Рис.2*

*О.Шведов*

**Ф1834.** В системе, изображенной на рисунке 3, прикрепленные к невесомым пружинам грузики при помощи нитей удерживаются на расстояниях $L/2$ от стенок, к которым прикреплены концы пружин. Длины обеих пружин в недеформированном состоянии одинаковы и равны $L$. Нити одновременно пережигают, после чего грузики сталкиваются и слипаются. Найдите максимальную скорость, которую будут

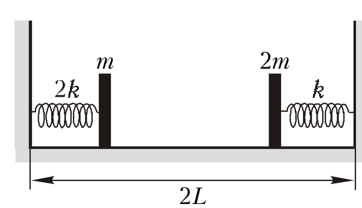


*Рис.3*