

# Колебательный контур

**В. МОЖАЕВ**

**В** ЭТОЙ СТАТЬЕ БУДУТ РАЗОБРАНЫ ЗАДАЧИ, В КОТОРЫХ основным элементом является колебательный LC-контур. В состав такого контура обычно входят два реактивных элемента – индуктивность и емкость, а также активное сопротивление. Последовательно соединенные, эти элементы и образуют последовательный колебательный контур. Основная задача при расчете колебательного контура состоит в определении временной зависимости тока в контуре и напряжений на его элементах при заданных начальных условиях.

Процессы в колебательном контуре описываются так называемым дифференциальным уравнением второго порядка, а общее решение этого уравнения содержит две неизвестные константы. Эти константы можно определить из начальных условий, вот почему для нахождения решения необходимо знать начальный ток в контуре и начальное напряжение, скажем, на конденсаторе.

Часто в задачах на колебательный контур требуется найти не общее решение, а какой-то конкретный параметр, например максимальный ток в контуре или максимальное напряжение на конденсаторе. Такие задачи можно решать, исходя из закона сохранения энергии и общих физических соображений. Так, при максимальном токе в контуре ЭДС индукции в катушке равна нулю, а если активное сопротивление контура равно нулю, то и напряжение на конденсаторе также равно нулю. Или, если напряжение на конденсаторе максимально, то ток в контуре отсутствует.

А теперь – конкретные задачи.

**Задача 1.** В колебательном LC-контуре (рис. 1) в начальный момент ключ К разомкнут, а конденсатор емкостью C заряжен до напряжения  $U_0$ . Найдите зависимости напряжения на конденсаторе и тока в контуре от времени после замыкания ключа.

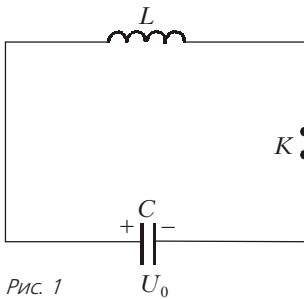


Рис. 1

Сразу после замыкания ключа напряжение на конденсаторе  $U(0) = U_0$ , а ток в контуре  $I(0) = 0$ . Пусть в произвольный момент времени после замыкания ключа в контуре течет ток, как это изображено на рисунке 2. Запишем закон Ома для нашего контура:

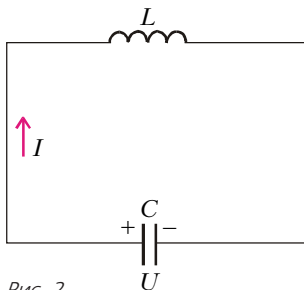


Рис. 2

$$LI' = U.$$

Поскольку  $I = -CU'$ , получим

$$U'' + \frac{1}{LC}U = 0.$$

Это – однородное (справа стоит ноль) дифференциальное уравнение второго порядка (старшая производная второго порядка). Уравнения такого вида описывают гармонические колебания одного из параметров колебательной системы. В нашем случае – напряжения на конденсаторе. Решение уравнения имеет вид

$$U(t) = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t,$$

где  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  – собственная частота колебаний контура, а A и B – константы, которые находятся из начальных условий. Первое начальное условие – это

$$U(0) = U_0.$$

После подстановки его в решение получим  $A = U_0$ . Из второго начального условия

$$I(0) = -CU' = 0$$

следует, что  $B = 0$ .

Теперь запишем окончательные выражения для напряжения на конденсаторе:

$$U(t) = U_0 \cos \omega_0 t$$

и для тока в контуре:

$$I(t) = U_0 \omega_0 C \sin \omega_0 t.$$

Сравнивая последние два выражения, видим, что напряжение на конденсаторе и ток в контуре изменяются по гармоническому закону с одной и той же частотой, но колебания тока и напряжения сдвинуты по фазе на  $\pi/2$ . Зависимости  $U(t)$  и  $I(t)$  изображены на рисунке 3.

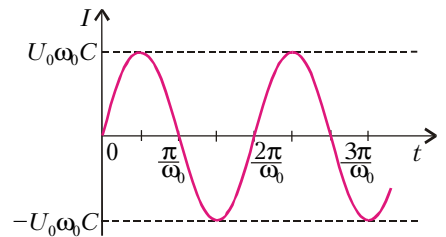
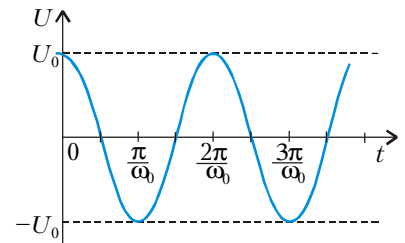


Рис. 3

**Задача 2.** К LC-контуре (рис. 4) в момент  $t = 0$  подключают источник постоянной ЭДС E с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением. Определите напряжение на конденсаторе в зависимости от времени.

Рассмотрим произвольный момент после замыкания ключа. Пусть в контуре течет ток I, как это изображено на рисунке 5. Запишем закон Ома для нашего контура:

$$E - LI' = U_C,$$

где  $U_C$  – напряжение на конденсаторе. Используем связь между током и напряжением на конденсаторе:

$$I = CU'_C.$$

Продифференцируем это отношение по времени:

$$I' = CU''_C.$$

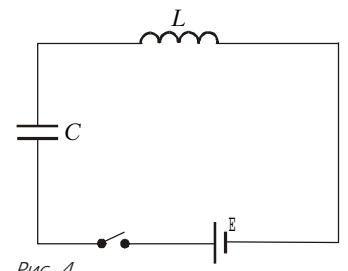


Рис. 4