



PK_1T равна $1/16$, поскольку $K_1T = \frac{1}{4}PL$ (по условию отношение скоростей равномерного движения равно $5/4$, т.е. $M_1N = \frac{5}{4}PL$), а треугольники OPL и PK_1T подобны. Далее из равенств OKP и PK_1M_1M находим площадь прямоугольника TK_1M_1M . Она равна $\frac{3}{16}$. Затем находим площади двух оставшихся прямоугольников. Весь путь (он равен площади $OKMN$ или OK_1M_1N) равен $2\frac{1}{2}$. Поскольку площади трапеции $OKPL$ и треугольника OPL соответственно равны $\frac{5}{4}$ и 1 , то в момент равенства скоростей (точка P) один поезд прошел $\frac{1}{2}$ пути, а другой — $\frac{2}{5}$.

И в заключение рассмотрим задачу, которая, по существу, является арифметической, поскольку решение основано на свойствах делимости натуральных чисел, хотя для удобства мы все же введем неизвестные. По содержанию эта задача скорее олимпиадная, чем конкурсная.

Задача 9. У восьми школьников в сумме имеется 719 руб. Известно, что у любых двух из них различные суммы денег, но у одного из них в целое число раз больше денег, чем у другого. Сколько денег у каждого школьника?

Решение. Пусть x_1 — наименьшая сумма, x_1x_2 — вторая по величине, ..., $x_1x_2 \dots x_8$ — наибольшая сумма. По условию $x_i \neq 1$ при $i > 1$, $x_1 + x_1x_2 + \dots + x_1x_2 \dots x_8 = 719$. 719 — число простое, следовательно, $x_1 = 1$. Далее имеем $x_2 + x_2x_3 + \dots + x_2x_3 \dots x_8 = 718 = 2 \cdot 359$. Таким образом, $x_2 = 2$. Затем получим $x_3 = x_4 = 2$ и $x_5 + x_5x_6 + x_5x_6x_7 + \dots + x_5x_6x_7x_8 = 88 \cdot x_5$ — делитель 88. Если $x_5 = 2$, то $x_6 + x_6x_7 + x_6x_7x_8 = 43$. 43 — число простое, а $x_6 \neq 1$, значит, $x_5 \neq 2$. При $x_5 = 4$ найдем $x_6 = 3$, $x_7 = x_8 = 2$. Другие значения x_5 не подойдут.

Итак, школьники имели 1, 2, 4, 8, 32, 96, 192, 384 рубля соответственно.

Задачи для самостоятельного решения

1. На овощной базе имелся крыжовник, влажность которого составляла 99%. За время хранения его влажность уменьшилась на 1% (стала 98%). На сколько процентов уменьшилась масса хранившегося на базе крыжовника?

2. Автомобиль проезжает путь от A до B за 1 час. Автомобиль выехал из A , и одновременно из B вышел пешеход. Автомобиль встретил пешехода, довез его до A и затем прибыл в B , затратив на весь путь 2 ч 40 мин. За какое время может пройти весь путь от B до A пешеход?

3. Теплоход проходит путь от A до B по течению за 3 часа, а возвращается обратно за 4 часа. За какое время преодолеют путь от A до B плывущие со скоростью течения плоты?

4. Поезд, следующий из пункта A в пункт B , делает по пути несколько остановок. На первой остановке в поезд садятся 5

пассажиров, а на каждой следующей — на 10 пассажиров больше. На каждой остановке 50 пассажиров выходят из поезда. Возможен ли случай, когда в пункт B прибывает менее 336 пассажиров, если из пункта A их выезжает 462?

5. В сообщении о лыжном кроссе сказано, что процент числа участников кросса, не уложившихся в норматив, заключен от 94,2% до 94,4%. Каково наименьшее число участников кросса?

6. Автобус на пути из A в B делает 5 остановок по 10 мин через каждые 16 км (расстояние от A до B равно 96 км), скорость автобуса равна 65 км/ч. Одновременно с автобусом из B навстречу ему выезжает велосипедист со скоростью 21 км/ч. На каком расстоянии от A автобус встретится с велосипедистом?

7. Пассажирский поезд проходит мимо столба за 6 секунд. За какое время пройдут друг мимо друга скорый и пассажирский поезда, если скорость скорого поезда в $3/2$ раза больше скорости пассажирского, а длина пассажирского в $4/3$ раза больше длины скорого?

8. Работа началась между 9 и 10 часами утра, а закончилась между 15 и 16 часами того же дня. Определите продолжительность работы, если в момент начала и в момент окончания работы минутная и часовая стрелки были перпендикулярны.

9. Один рабочий может изготовить партию деталей за 12 часов. Работу начал один рабочий, через 1 час к нему присоединился второй, еще через час — третий и т.д., пока работа не была выполнена. Сколько времени проработал первый рабочий? (Производительность труда всех рабочих одинакова.)

10. Имеются три слитка массой 2, 3 и 5 кг с различным содержанием меди. Каждый слиток разделен на три части, и из девяти кусков получены три слитка массой 2, 3 и 5 кг с равным содержанием меди. На какие части следует разделить исходные слитки, чтобы гарантировать равное процентное содержание меди в получившихся слитках независимо от содержания ее в исходных слитках?

11. Три школьника делят между собой орехи. Сначала первый школьник дал каждому из двух других по одной четверти имевшихся у него орехов и еще пол-ореха. Затем второй дал каждому из двух других по одной четверти оказавшихся у него орехов и еще пол-ореха. Затем же сделал третий школьник. В результате у каждого оказалось по 30 орехов. Сколько орехов было у каждого школьника?

12. Имеются два сосуда. В одном содержится 3 л 100%-й кислоты, а в другом — 2 л воды. Из первого сосуда во второй перелили один стакан кислоты, а затем из второго в первый — один стакан смеси. Эту операцию повторили еще три раза. В результате во втором сосуде оказалась кислота крепостью 42%. Сколько процентов кислоты содержится теперь в первом сосуде?

13. Пункт B находится выше по течению, чем пункт A , на расстоянии 4,5 км от A . Скорость течения реки 3 км/ч. Двигаясь в стоячей воде, гребец идет со скоростью 5 км/ч. Гребец вышел из A , доплыл до B и вернулся в A . Через равные промежутки времени гребец отдыхал в течение 10 мин (в это время лодка плывет по течению), а всего таких перерывов оказалось 8. Через сколько времени гребец вернулся обратно в A ?