Арифметические текстовые задачи на конкурсном экзамене

И. ШАРЫГИН

— Это задача, собственно говоря, алгебраическая, — говорит он. — Ее с иксом и игреком решить можно.

— И без алгебры решить можно, — говорит Удодов, протягивая руку к счетам и вздыхая.

— Вот-с... по-нашему, по-неученому.

А. П. Чехов. Репетитор

Давным-давно, в доброе старое время, любили в школе текстовые арифметические задачи. Методам их решения, зачастую весьма изощренным, учили долго и тщательно, и умения эти сохранялись на всю жизнь. При этом школа не только учила методам, но и воспитывала вкус – арифметическое решение считалось более красивым, чем алгебраическое. Впрочем, и сегодня для любого мало-мальски математически воспитанного человека арифметические решения алгебраических задач, равно как и геометрические решения задач по геометрии, выглядят куда как привлекательнее алгебраических решений.

Здесь самое время вспомнить задачу, поставившую в тупик репетитора Егора Зиберова.

Задача 1. *«Купец купил 138 арш. черного и синего сукна за 540 руб. Спрашивается, сколько аршин купил он того и другого, если синее стоило 5 руб. за аршин, а черное 3 руб.?»*

По всей видимости, Удодов-старший решал ее следующим образом. 138 арш. черного сукна стоят $138 \cdot 3 = 414$ руб. Разница $540 - 414 = 126$ руб. получается за счет синего, каждый метр которого на 2 руб. дороже. Следовательно, синего сукна было $126:2 = 63$ арш., а черного было $138 - 63 = 75$ арш.

Интересно, что будет, если подобную задачу дать на конкурсном экзамене? Нет, мы не сомневаемся в том, что… впрочем, лучше сказать – мы надеемся на то, что подавляющее большинство абитуриентов успешно справится с этой задачей. Но вряд ли найдется хотя бы одно решение, подобное приведенному. У некоторых даже возникнет вопрос: а разве так можно? Вся выучка выпускника восстает против таких решений. Лучше, во всяком случае спокойнее, решать эту задачу как обычно с «иксом» и «игреком».

Тем не менее, изредка на конкурсных экзаменах встречаются текстовые задачи, предполагающие именно арифметические решения. Кроме того, бывают ситуации, когда здравые арифметические соображения могут существенно упростить процесс решения. О такого рода задачах мы и расскажем в этой статье.

Опубликовано в «Кванте» №3 за 1990 год.

Задача 2. *На реке расположены пункты A и B, причем B ниже по течению на расстоянии 20 км от A. Катер направляется из A в B, затем сразу возвращается в A и снова следует в B. Одновременно с катером из A отправился плот. При возвращении из B катер встретил плот в 4 км от A. На каком расстоянии от A катер нагонит плот, следуя вторично в B?*

Решение. Заметим, что катер удаляется от плота или приближается к нему с одной и той же скоростью – своей скоростью относительно воды. Следовательно, время, которое катер плыл от A до B, удаляясь от плота, равно времени, которое катер плыл от B до встречи с плотом. Значит, отношение путей, пройденных катером от A до B и от B до плота, равно отношению его скоростей по и против течения, т. е. отношение скоростей равно $20/16 = 5/4$. Таким же и по тем же соображениям будет отношение путей, пройденных катером от A до второй встречи с плотом и от первой встречи до A. Таким образом, катер нагонит плот в 5 км от A.

Задача 3. *На реке расположены пункты A и B. Одновременно из этих пунктов навстречу друг другу отходят два одинаковых катера, которые встречаются в некотором пункте, обмениваются почтой и возвращаются обратно. Катер, вышедший из A, возвращается обратно через 1 ч после выхода. Если бы катер, отправляющийся из A, вышел на 15 мин раньше катера, отправляющегося из B, то встреча произошла бы на равных расстояниях от обоих пунктов. Через сколько времени возвращается обратно катер, выходящий из пункта B?*

Решение. Заметим, что момент возвращения катера в A полностью определяется лишь моментом выхода катера из B, равно как и возвращение катера в B определяется моментом выхода катера из A. Чтобы понять это, достаточно представить себе, что в точке встречи они не обмениваются почтой, а продолжают движение в противоположный пункт. Следовательно, во второй раз катер, вышедший из A, вернулся бы обратно через 1 ч 15 мин после выхода, т. е. на половину пути из A в B и обратно ему нужно 1 ч 15 мин, а на весь путь 2 ч 30 мин. Таким образом, катер, выходящий из B, возвращается обратно через 1 ч 30 мин.