Если вращается елочный шарик

А.СТАСЕНКО

Так, забывая жизни скоротечность,
Постигнем мы, что время есть Движенье.
И, покидая цепкую Конечность, –
Что бесконечность есть Кругвращенье!..
А.Чижевский

О ЧЕМ ДУМАЛ ОТЛИЧНИК ТИН ЭЙДЖЕР, ГЛЯДЯ НА новогоднюю елку? Конечно, не о конфетах и жвачках, спрятанных под елкой добрым Дедом Морозом. Нет, он наблюдал, как в потоках теплого воздуха от свеч поворачивается вокруг вертикальной оси елочный шарик. А что если его вращать все быстрее и быстрее – почти до момента, когда его разорвут центробежные силы инерции? Ведь если стеклянная оболочка шарика покрыта блестящим слоем металла, в нем должны быть свободные электроны. И значит...

Дальнейшие мысли были таковы. На любой электрон проводящего слоя действует центробежная сила инерции $\vec{F}_c$, перпендикулярная оси вращения (рис.1); ее касательная (тангенциальная) составляющая $F_\tau = -F_c \sin\varphi$ будет перемещать его вдоль поверхности, так что электроны в конце концов (т.е. в равновесном состоянии) скопятся где-то в окрестности экватора; но поскольку шарик в целом электронейтрален, то у его полюсов останутся положительные заряды. В результате в качестве первого приближения Тин Эйджер вообразил себе такую картину (см. рис.1): отрицательно заряженный экватор (заряд $-Q$) и положительно заряженные полюсы ($+Q/2$ и $+Q/2$) создают электрическое поле, причем, как полагается, векторные линии поля $\vec{E}$ начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных, так что в меридиональном сечении получаются четыре «уха». Да ведь это квадруполь! – подумал наш герой, и был прав (потому что «квадро» значит «четыре», о чем знает всякий любитель дискотеки).

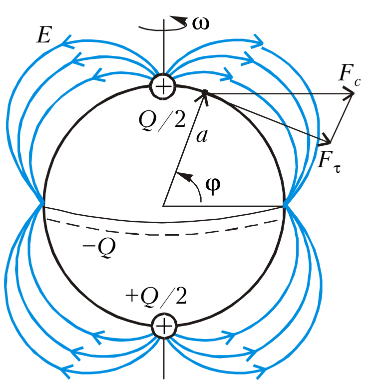

Рис. 1

Ну действительно, у точечного заряда векторные линии электрического поля строго радиальны (рис.2,*а*), а напряженность поля убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от заряда: $E \sim r^{-2}$ (закон Кулона). У диполя все линии вектора $\vec{E}$ начинаются на положительном заряде и оканчиваются на точно таком же (по модулю) отрицательном заряде (рис.2,*б*), так что в меридиональной плоскости получаются два «уха», а напряженность электрического поля на большом расстоянии ($r \gg l$) убывает как r^{-3}. Поэтому, если на расстоянии l расположить антипараллельно друг другу два диполя с плечом l (рис.2,*в*), возникнет квадруполь, и его поле

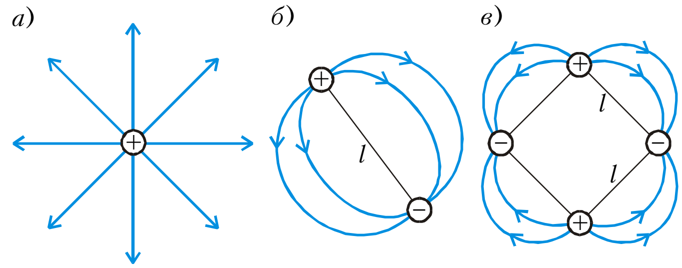

Рис. 2

будет убывать еще быстрее, а именно как r^{-4}. А если в плоскости, параллельной квадруполю, расположить еще один такой же, но повернутый на 90°, то возникнет октуполь («окто» означает «восемь»), и его поле будет пропорционально r^{-5}. А если... Но, стоп! – сказал себе волевой Тин Эйджер, – не отвлекаться от главного направления!

Итак, в случае равномерно вращающегося шарика с проводящим поверхностным слоем возникает квадрупольное электростатическое поле, которое быстро ($\sim r^{-4}$) уменьшается с расстоянием и, конечно, как-то зависит от широтного угла φ.

Безусловно, наш герой понимал, что заряды на полюсах едва ли будут точечными, а на экваторе – линейными: вероятнее всего, они будут как-то «размазаны» по поверхности шарика, т.е. возникнет поверхностное распределение зарядов с плотностью $\sigma(\varphi)$, зависящее от широты. Но как его найти?

Многие свойства этого распределения ясны из соображений симметрии. Например, оно должно быть симметричным относительно экватора (где $\varphi = 0$), так что $\sigma(\varphi) = \sigma(-\varphi)$. Поэтому как полный заряд всей сферы, так и заряды обеих ее половин в отдельности должны равняться нулю. С ростом же широтного угла φ при некотором его значении φ_* должен измениться знак зарядов с отрицательного на положительный. Значит, это распределение должно иметь вид, изображенный на рисунке 3. А значения на экваторе $\sigma(0) = \sigma_0$ или на полюсах $\sigma(\pm\pi/2)$ характеризуют масштаб разделения зарядов. Как бы оценить порядок этих величин?

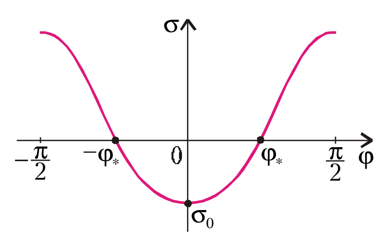

Рис. 3

Вспомним, что центробежную силу инерции, действующую на отдельный электрон, находящийся на широте φ, можно записать в виде

$$F_c = m_e \omega^2 a \cos\varphi, \tag{1}$$

или иначе можно сказать, что центробежное ускорение на этой широте равно (это нам понадобится в дальнейшем)

$$w_c = \omega^2 a \cos\varphi. \tag{2}$$

Значит, касательная составляющая центробежной силы инерции равна

$$F_\tau = -F_c \sin\varphi = -m_e \omega^2 a \cos\varphi \sin\varphi.$$