ной и ионной составляющих в давление плазмы), получим $kT \approx \frac{1}{2}\frac{GM_0 m}{R_0}$. Численные оценки дают $T \approx 11$ млн кельвинов.

5. В системе отсчета, связанной со стенкой, скорость частицы равна $v = v_0 + a_0\omega\sin\omega t$. Поэтому дополнительная скорость, приобретаемая (теряемая) в момент столкновения, равна $2a_0\omega\sin\omega t$, а скорость частиц после отражения лежит в пределах $\left(v_0 - 2a_0\omega, v_0 + 2a_0\omega\right)$.Вероятность иметь конкретное значение скорости из указанного интервала определяется вероятностью столкновения со стенкой в определенный момент времени. Введем функцию распределения частиц по скоростям: $F(v)dv = \frac{dt}{T/2}$, где dt – интервал времени, в течение которого скорость частицы находилась в интервале от v до $v + dv$, а $T = 2\pi/\omega$ – период колебаний стенки. Учитывая, что $dt = dv\Big/\left(2a_0\omega^2\cos\omega t\right)$, после преобразований получаем

$$F(v)dv = \frac{1}{\pi a_0\omega^2}\frac{dv}{\sqrt{1-\left(\left(v-v_0\right)/\left(2a_0\omega\right)\right)^2}}.$$

6. Разность фаз двух волн, распространяющихся от каждой из щелей под углом θ к оси, равна

$$\Delta\varphi = \omega\tau = \omega\frac{2a\sin\theta}{c}.$$

Тогда распределение интенсивности на экране имеет вид

$$I = I_0\left|1+\exp(i\Delta\varphi)\right|^2 = 4I_0\cos^2\left(\frac{\omega a}{c}\sin\theta\right),$$

где I_0 – интенсивность излучения при одной открытой щели. При выполнении условия $(\omega a\sin\theta)/c > \pi/2$ возникает направление, под которым интенсивность излучения равна нулю.

7. Запишем уравнение для изменения энергии фотона при удалении от поверхности звезды:

$$\hbar d\omega = -G\frac{Mm}{r^2}dr = -G\frac{M}{r^2}\frac{\hbar\omega}{c^2}dr,$$

откуда получаем $\lambda = \lambda_0\exp\left(R_g/(2R)\right)$, где R – радиус звезды, $R_g = 2GM/c^2$ – гравитационный радиус. Для Солнца $R \gg R_g$ и $\Delta\lambda = \lambda_0\frac{GM}{R_0c^2} \approx 0{,}023$ Å, для нейтронной звезды $\Delta\lambda \approx 0{,}1\lambda_0 \approx 650$ Å.

Устный командный тур

МАТЕМАТИКА

1. 6/11 часа. **2.** Нет. **3.** $c + h_c > a + b$.
4. Может (см. рис.38). **5.** 1 + 2 + … + 99 + 101 = 5051.
6. а) Нет; б) нет. **7.** Нет. Пример – последовательность $a_n = 2^n$.

8. 0. *Указание.* Представим исходную таблицу в виде суммы двух таблиц

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 10 & 10 & \dots & 10 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 80 & 80 & \dots & 80 \\ 90 & 90 & \dots & 90 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 2 & \dots & 10 \\ 1 & 2 & \dots & 10 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & \\ 1 & 2 & \dots & 10 \end{vmatrix}$$

Если расставить знаки «–» в соответствии с указанным правилом, сумма чисел в каждой из складываемых таблиц будет равна 0.

9. 2001384.

10. 7. *Указание.* Докажите, что каждый из игроков проиграл не менее чем трем партнерам. Игрок, выигравший наибольшее количество партий, победил не меньше 3 своих противников (иначе поражений было бы больше, чем побед). Итак, каждый играл не меньше 6 партий, так что общее количество участников не меньше 7. На рисунке 39 игроки изображены вершинами правильного 7-угольника, а стрелки идут от победителей к побежденным.

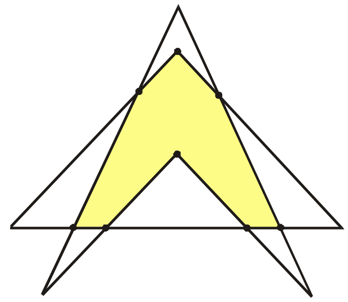

Рис. 38

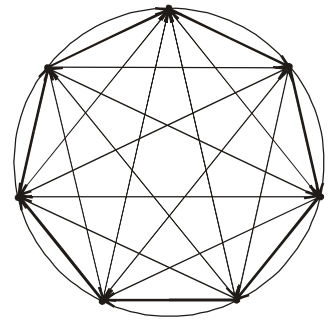

Рис. 39

11. $\sqrt[3]{32} > \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{5}$. **12.** $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$.

ФИЗИКА

1. $v_Б = 2v$.
2. $a = 2g$; $h \ge m/\left(\rho_в S\right)$, где m – масса шарика, $S = \pi R^2$ – площадь его поперечного сечения, $\rho_в$ – плотность воздуха.
3. Нет. Надо учесть изменение энергии космолета. Тогда получится опять 5 МДж (что очевидно в системе отсчета, связанной с космолетом).
4. Колебаний не будет, поскольку искусственная сила тяжести направлена вдоль нити.
5. Можно. Достаточно взять пластиковую бутылку, в которой плавает тело, содержащее воздух и опущенное отверстием вниз (например, пипетка).
6. Сосуд содержит жидкий азот и его пары при температуре порядка 77 °С. Масса паров около 4 г. Надо откачать приблизительно 26 г.
7. Увеличение давления будет одинаковым и равным $\Delta p = 2Q/(3V)$, где V – общий объем сосуда.
8. $v = 0$, если $v_0 < v_1 = \sqrt{\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 Rm}}$; $v = v_0$, если $v_0 > v_1$.
9. $\varphi = 10$ В.
10. Асфальт рассеивает свет во все стороны, а лужа отражает бóльшую часть света вперед.

История научных идей и открытий

МАТЕМАТИКА

1. Это Декарт, по сути нащупавший идею условного рефлекса.

2. Это число 17, знаменитое еще и тем, что правильный 17-угольник можно построить циркулем и линейкой. *Указание.* Если x и y – целые числа, для которых $2(x+y) = xy$, то либо $x = y = 4$, либо $x = 3$ и $y = 6$. В первом случае $xy = 16$, во втором $xy = 18$.

3. Предположим, что многочлен с целыми коэффициентами $p(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n$ – генератор простых чисел. Очевидно, что $a_n \ne 0$. Если $|a_n| > 1$, то при всех достаточно больших целых k, делящихся на $|a_n|$, число $p(k)$ будет составным. Если $|a_n| = 1$ и $p(1)$ – простое число, то рассмотрим многочлен $p(k+1) = kq(k) + p(1)$. При достаточно больших k, делящихся на $p(1)$, $p(k+1)$ делится на $p(1)$ и не является простым числом.

4. Гиппократ пытался решить задачу о квадратуре круга, т.е. о построении циркулем и линейкой квадрата, равновеликого данному кругу. Решена эта задача была в 1882 году Линдеманом, доказавшим трансцендентность числа π и тем самым ус-