приравнивая результат к разности потенциалов на обкладках, при этом из более высокого потенциала положительно заряженной обкладки вычитаем более низкий потенциал отрицательно заряженной обкладки:

$$\frac{q_1}{C} = U_1 - \varphi,\ \frac{q_2}{C} = \varphi - \frac{U_1}{2},\ \frac{q_3}{C} = \varphi - U_2.$$

Отсюда, с учетом соотношения между зарядами, получаем

$$q_1 = C\left(\frac{U_1}{2} - \frac{U_2}{3}\right),\ q_2 = \frac{CU_2}{3},\ q_3 = C\left(\frac{U_1}{2} - \frac{2U_2}{3}\right).$$

4. Аналогично задаче 4 варианта 1, находим

$$l = \left(\frac{gT^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} \approx 7R_З \approx 4\cdot 10^4\ \text{км}.$$

Искомая максимальная широта определяется углом между касательной, проведенной к поверхности Земли от спутника, и радиусом Земли, проведенным в точку касания:

$$\varphi = \arccos\frac{R_З}{l} \approx \arccos\frac{1}{7} \approx 80^\circ.$$

Вариант 3

1. $t = \sqrt{\frac{2l_1}{g\sin\alpha}} + \sqrt{\frac{2l_2}{g\sin\alpha}}$. **2.** $p_0 = \rho g h_2 \frac{H + h_2 - h_1}{h_1 - h_2}$.

3. $k = \left(\frac{R}{(2r+R)^2} + \frac{1}{R}\right)\Big/\left(\frac{1}{2r+R} + \frac{2}{r} + \frac{1}{R}\right)$. **4.** $v_1 = F/(l-F)$.

Вариант 4

1. Давление p равно весу атмосферы, приходящемуся на единицу площади поверхности планеты: $p = mg/(4\pi R^2)$. Отсюда

$$m = \frac{4\pi R^2 p}{g} \sim 5\cdot 10^{20}\ \text{кг}.$$

2. $P = \frac{U^2}{r}$. **3.** $l = F_2 - F_1$; $d/D = F_1/F_2$.

4. Пусть $\alpha > 0$. Брусок покоится при $F\cos\alpha = F_{тр}$. Это происходит при увеличении F, пока сила трения покоя не достигнет своего максимального значения $F_{тр} = \mu(mg - F\sin\alpha)$, т.е. пока $F \le \mu mg/(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) = F_0$ (см. рис.32,*а*). При $F > F_0$ $F_{тр} = \mu(mg - F\sin\alpha)$, т.е. сила трения уменьшается до нуля

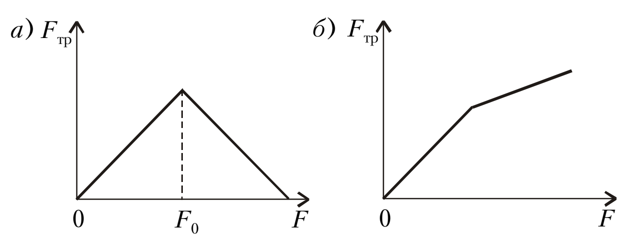

Рис. 32

при росте F. При $F \ge mg/\sin\alpha$ происходит отрыв от поверхности и сила трения обращается в ноль.

Пусть $\alpha < 0$. Брусок покоится при $F\cos\alpha = F_{тр}$ до тех пор, пока сила трения покоя не достигнет своего максимального значения $F_{тр} = \mu(mg + F\sin\alpha)$. Поскольку движения бруска нет, пока $F \le \mu mg/(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)$, то далее возможны варианты. При $\cos\alpha > \mu\sin\alpha$ возможно скольжение (см. рис.32,*б*). При $\cos\alpha \le \mu\sin\alpha$ наблюдается так называемый «застой».

XXXII Международная физическая олимпиада

Задача 1

A: a) $b = \frac{v_0 v_з T}{2(v_y - v_з)} = 2{,}322\cdot 10^{-2}$ м, где скорости замедленных и ускоренных электронов равны, соответственно, $v_з = \sqrt{v_0^2 - 2eU/m}$ и $v_y = \sqrt{v_0^2 + 2eU/m}$;

b) $\Delta\varphi = \frac{\pi v_0}{v_y - v_з} = 2{,}268$ рад.

B: $\frac{d_2}{d_1} = \sqrt[3]{\frac{\rho RT}{p_а M}} \approx 12$.

C: a) См. рис.33;

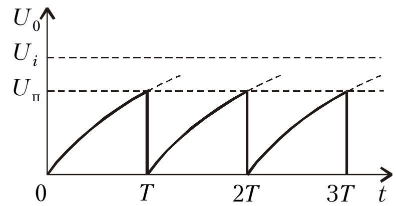

Рис. 33

b) $U_п \ll U_i$;

c) $T = RC(U_п/U_i)$; d) R;

e) R; f) см. рис.34.

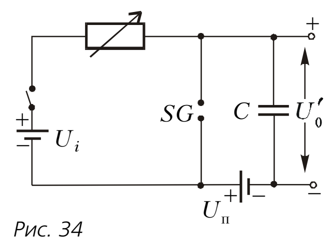

Рис. 34

D: $d = D + \frac{Lh}{D\sqrt{3MkT}}$, где h – постоянная Планка, k – постоянная Больцмана.

Задача 2

a)

$$l = \frac{2c\tau}{\pi(\Delta\theta + \Delta\varphi)}\left(\frac{P}{\sigma T^4}\right)^{1/4}\left(\frac{2\Delta\lambda}{(\lambda_0 + \Delta\lambda)\Delta\varphi}\right)^{1/2},$$ где σ – постоянная Стефана – Больцмана;

b) $r_{max} = \frac{r_0}{1 + v_0\sqrt{r_0/(GM)}}$, где G – гравитационная постоянная.

Задача 3

a) $F = B^2 Lvdh/\rho$; b) $v = \frac{v_0}{1 + B^2 v_0 L/(p\rho)}$;

c) $N_{доп} = B^2 v_0^2 Ldh/\rho$; d) $\Delta\varphi = 2\pi f L(n^2 - 1)v_0/c^2$.

X Юбилейная олимпиада «Интеллектуальный марафон»

Письменный индивидуальный тур

МАТЕМАТИКА

1. а) Да; б) да. *Указания*. а) Поскольку $3^2 + 4^2 = 5^2$, сумму $1203^2 + 1604^2 = (3\cdot 401)^2 + (4\cdot 401)^2 = (5\cdot 401)^2 = 2005^2$ можно заменить на 2005^2. б) То же самое можно проделать и с суммой $1206^2 + 1608^2 = 2010^2$.

2. а) 20°; б) 40°. *Указания.* а) Докажите, что точка M – центр окружности, описанной около треугольника ABC. Тогда $\angle AMB = 2\angle C = 140^\circ$, а $\angle MBA = 20^\circ$. б) Точки D, M, E и B лежат на одной окружности, поэтому $\angle CDE = \angle MBE = 40^\circ$.

3. 3; 7. *Указание.* Рассматривая остатки от деления данных чисел на 7, убеждаемся, что при p, не делящимся на 7, одно из них делится на 7, т.е. равно 7. Так получаем $p = 3$ (из равенства $p^2 - 2 = 7$). При $p = 7$ все три числа – простые.

4. (0; 0), $\left(\sqrt[3]{4}; \sqrt[3]{2}\right)$. *Указание*. Очевидное решение $x = y = 0$. Если $y \ne 0$, то система приводится к виду

$$\begin{cases} f\left(\frac{x}{y}\right) = f(y), \\ g(x^2) = g(2y), \end{cases}$$