

Рис. 4

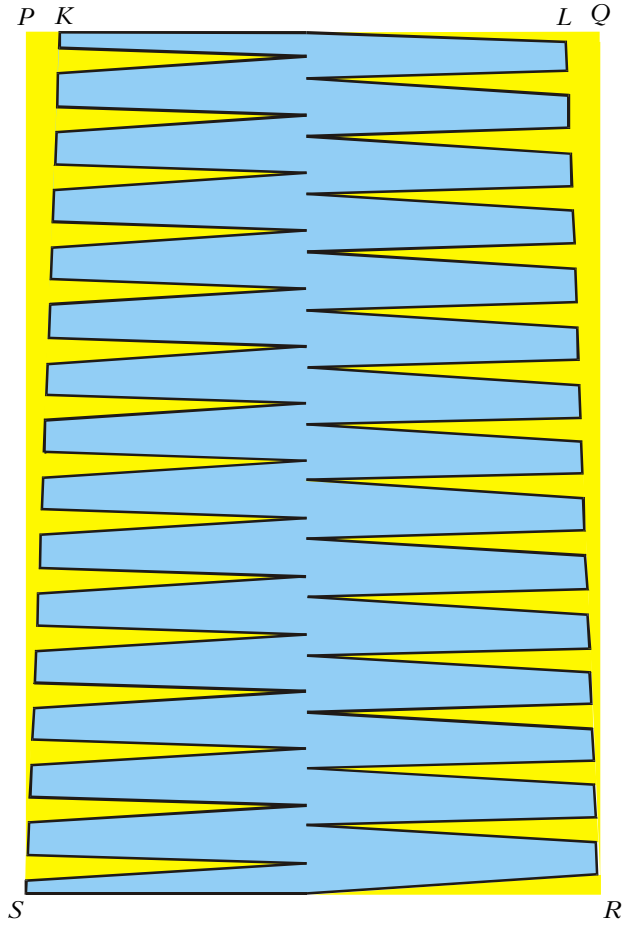


Рис. 5

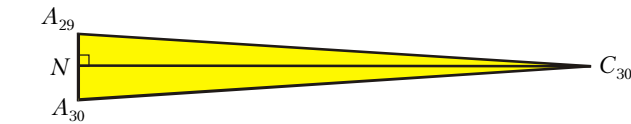


Рис. 6

Конкурс «Математика 6–8»
(см. «Квант» №5 за 2001 г.)

1. Пусть n – количество сыновей купца Бубликова (это число известно его наследникам), S рублей – сумма наследства. Поскольку последний сын должен получить $100n$ рублей, что составляет $\frac{1}{n}$ часть от суммы S , то $S = 100n^2$.

Первый сын должен получить столько же, сколько и последний, т.е. $100n$ рублей. С другой стороны, это число равно $100 + \frac{1}{k}(100n^2 - 100)$ рублей. Приравняв эти выражения, найдем число k : $k = n + 1$.

Осталось проверить, что при найденных значениях S и k все условия завещания купца Бубликова выполняются. Убедимся в том, что i -й сын, где i – любое число из промежутка от 1 до n , получив $100i$ рублей и $\frac{1}{k}$ часть суммы, оставшейся после старших братьев, будет иметь $100n$ рублей. Действительно,

$$100i + \frac{1}{n+1}(100n^2 - 100(i-1)n - 100i) = \frac{100n^2 + 100n}{n+1} = 100n.$$

2. Рассмотрим карточку с цифрой 0. Числа, в образовании которых может участвовать эта карточка, составляют следующую

ший набор:

{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90}.

Искомые делители содержатся среди чисел указанного набора. Далее достаточно рассмотреть лишь простые числа 2, 3, 5, 7, входящие в этот набор.

Число 2 не может быть делителем десяти двузначных чисел, которые получаются в результате раскладки карточек, так как среди них обязательно встретится нечетное число. Число делится на 5, если оно оканчивается на цифру 0 или 5. Карточек с такими цифрами только две, а двузначных чисел – десять. Следовательно, 5 не может быть искомым делителем.

Если в двузначном числе, которое делится на 3, одна из цифр будет кратной трем, то другая цифра тоже будет кратной трем (так как сумма цифр данного числа тоже делится на 3). Таким образом, карточки с цифрами, кратными трем, образуют ряд, состоящий только из цифр (в некотором порядке) 0, 3, 6, 9. Следовательно, и 3 не может быть искомым делителем.

Аналогично можно доказать, что и 7 не может быть искомым делителем. Если в двузначном числе, которое делится на 7, одна из цифр будет кратной семи, то другая цифра тоже будет кратной семи: 0 и 7.

Расположить карточки так, чтобы выполнялось условие задачи, невозможно.

3. Введем обозначения, показанные на рисунке 7. Заметим, что треугольник ABD равносторонний, $\angle BAD = \angle ABD = \angle BDA = 60^\circ$; $BD = AB = AD$.

Из подобия треугольников BMC и AMN следует $\frac{MB}{AB} = \frac{MC}{CN}$.