пустотелый. С каким ускорением будет двигаться эта система, если известно, что цилиндры постоянно касаются друг друга, а коэффициент трения между ними равен μ? Считать, что проскальзывание между цилиндрами и наклонной плоскостью отсутствует.

3. Космический парусник, представляющий из себя идеально отражающее зеркало площадью S и массой M, вращается по стационарной орбите вокруг Солнца. Скорость его движения v_0, радиус орбиты R, и интенсивность светового потока на данной орбите I_0. Определите, за какое минимальное время парусник может увеличить радиус орбиты в четыре раза. Как он при этом должен действовать?

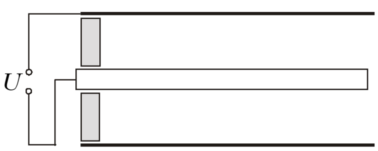
4. Заряд q расположен посредине между двумя параллельными бесконечными незаряженными металлическими пластинами, расстояние между которыми равно a. Определите силу, с которой отталкиваются друг от друга пластины, и силу, с которой каждая из пластин притягивается к заряду. Учесть, что

$$(1/4)-(2/9)+(3/16)-(4/25)\ldots=0{,}129,$$

а

$$1-(1/4)+(1/9)-(1/16)\ldots=0{,}822.$$

5. Электромагнитная пушка представляет из себя коаксиальную систему, состоящую из металлической трубки, внутренний диаметр которой D, и стержня, наружный диаметр которого d (см. рисунок). Длина и стержня и трубки L. Вдоль пушки, одновременно касаясь и стержня и трубки, может без трения скользить металлическая шайба массой m. В момент времени $t=0$ между стержнем и трубкой прикладывается напряжение U, шайба в этот момент неподвижна и находится на том конце стержня, к которому приложено напряжение. Определите, с какой скоростью v вылетит шайба из пушки.



6. Соленоид радиусом R и длиной L состоит из N витков сверхпроводящего провода, концы которого замкнуты между собой. Первоначально ток в соленоиде равен нулю. Сквозь него пролетает второй аналогичный соленоид радиусом r длиной l с числом витков n. Ток в этом соленоиде в начальный момент равен I. Определите заряд, который протечет через провод первого соленоида за время движения второго. Скорость движения второго соленоида постоянна и равна v. Считать, что $L \gg l \gg R$.

7. Равномерно намагниченный шар из магнетика радиусом R разрезан на две равные половинки таким образом, что плоскость разреза перпендикулярна вектору намагниченности, величина которого равна J. Относительная магнитная проницаемость магнетика μ. Определите магнитную силу, с которой притягиваются обе половинки друг к другу. Считать известным, что в однородном магнитном поле шарик из магнетика намагничивается равномерно по всему объему.

8. Термодинамический цикл, совершаемый с одним киломолем одноатомного газа, состоит из двух процессов. В первом $pV^{\gamma}=a$, во втором $p+bV^{\gamma}=p_0$. Определите разность между максимальным и минимальным значениями энтропии в этом цикле.

9. В непроницаемом экране, помещенном на пути плоской световой волны с интенсивностью I_0, вырезано круглое отверстие, открывающее $2N$ зон Френеля. В отверстие помещены две группы идеальных поляризаторов, плоскости поляризации которых взаимно перпендикулярны. Одна группа поляризаторов закрывает четные зоны Френеля, другая — нечетные. Определите интенсивность света в точке наблюдения.

Публикацию подготовили М.Яковлев, В.Голубев

ОТВЕТЫ, УКАЗАНИЯ, РЕШЕНИЯ

Бревновшалаше

1. а) Нужно найти минимум функции

$$f(x)=\sqrt{(x-a)^2+\left(\frac{k}{x}-a\right)^2}.$$

Приравняв к нулю производную функции $f^2(x)$, получаем уравнение $(x^2-k)(x^2-ax+k)=0$. При $a^2\le 4k$ ближайшей точкой является вершина гиперболы, и расстояние равно $\left|a-\sqrt{k}\right|\sqrt{2}$. При $a^2>4k$ ближайшими точками являются $\left(\frac{a\pm\sqrt{a^2-4k}}{2};\frac{a\mp\sqrt{a^2-4k}}{2}\right)$, а расстояние равно $\sqrt{a^2-2k}$.

б) $\sqrt{a^2+2ak}$.

2. При $h\le a\le 2h$ минимум равен $a-h$, а при $a\ge 2h$ минимум равен $\sqrt{\frac{a^2}{2}-h^2}$.

3. Выполним замену переменных: $x=\frac{z+w}{\sqrt{2}}$ и $y=\frac{z-w}{\sqrt{2}}$. Тогда $x^2-axy+y^2=z^2\left(1+\frac{a}{2}\right)+w^2\left(1-\frac{a}{2}\right)$. Уравнение $z^2\left(1+\frac{a}{2}\right)+w^2\left(1-\frac{a}{2}\right)=1$ задает эллипс при $|a|<2$, пару прямых при $a=\pm 2$ и гиперболу при $|a|>2$. *Ответ*: $\sqrt{\frac{2}{2+|a|}}$.

4. Упражнение сводится к предыдущему заменой $y=z/\sqrt{2}$. Наименьшее значение равно $4/\left(4+\sqrt{2}\right)$, а наибольшее равно $4/\left(4-\sqrt{2}\right)$.

5. а) Нет.

6. В формуле в условии содержится ошибка. В разделе «Полукубическая парабола − эволюта параболы» следовало сравнивать с A не $|a|$, а $2|a|$. Поэтому в уравнении полукубической параболы коэффициент должен быть равен не $8/27$, а $2/27$.

7. В условии содержится ошибка. Правильная формула: $y=\frac{1}{2}+3\left(\frac{x}{4}\right)^{2/3}$.

8. Параметрически огибающая задается формулами $x=-4ka^3$ и $y=\frac{1}{2k}+3a^2$. (Касательная к огибающей, проходящая через точку с этими координатами, пересекает параболу $y=kx^2$ в точке $(a;ka^2)$ под прямым углом.)