

протекать по проводу при убывании магнитного поля со скоростью 0,2 Тл/с. Сопротивление единицы длины провода 0,5 Ом/м.

Публикацию подготовили Б.Писаревский, А.Черноуцан

Санкт-Петербургский государственный  
технический университет

**МАТЕМАТИКА**

Письменный экзамен

**Вариант 1**

(физико-технический факультет)

1. Упростите выражение

$$\frac{2a^{-2} - a^{-1}}{a^2 - 2a}$$

2. Решите уравнение

$$\log_{\sqrt{2}} x = \log_x 4$$

3. Найдите меньший корень уравнения

$$x|x - 2| = 1$$

4. Вычислите значение

$$\log_5 4 \cdot \log_4 9 \cdot \log_9 25$$

Убедитесь, что это число целое.

5. Решите неравенство  $2x < \sqrt{x+3}$ .

6. Для скольких целых значений  $n$  выражение  $\frac{3n+7}{n+1}$  является целым числом?

7. Вычислите  $5 \cos 3\alpha$ , если  $\operatorname{tg}(3\alpha/2) = 2$ .

8. Решите уравнение

$$9 \cdot 2^x + 3^x = 5 \cdot 3^x$$

9. Решите неравенство

$$\log_3(4 - 4x^2) \geq 1$$

10. Третий член геометрической прогрессии равен 2. Найдите произведение первых пяти членов этой прогрессии.

11. Найдите область определения  $D_x$  функции  $y = \sqrt{x^2 - x^3}$ .

12. Какое из чисел больше:  $a = \arccos(1/2)$  или  $b = \arcsin(4/5)$ ?

13. Решите неравенство

$$(2x-3)\sqrt{x^2 - 3x + 2} \geq 0$$

14. Найдите наименьший положительный корень уравнения  $\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x = 2\sqrt{3}$ .

15. Найдите наименьшее значение функции

$$y = (x-2)\sqrt{x-1}$$

16. Найдите функцию, обратную функции  $y = x|x-1|$ , заданной на промежутке  $[-2; 0]$ .

17. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ x + y = 4. \end{cases}$$

18. Треугольник  $ABC$  вписан в окружность с диаметром  $CD$ . Хорда  $AB$  параллельна  $CD$ . Найдите  $AB$ , если  $AC = 4$ ,  $CB = 3$ .

19. Для двугранного угла  $\alpha$  при боковом ребре правильной треугольной пирамиды верно равенство  $\cos \alpha =$

$= 1/5$ . Найдите косинус плоского угла при вершине пирамиды.

20. Для скольких целых значений  $n$  сумма квадратов корней уравнения  $nx^2 - (n+2)x + 2 = 0$  является целым числом?

**Вариант 2**

(физико-механический факультет)

1. Упростите выражение

$$a \cdot \sqrt{a^2 + 2a + 1} - a^2 \text{ при } a > 0.$$

2. Найдите больший корень уравнения

$$|x - 2| = 3$$

3. Найдите  $\sin^2 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = 1/3$ .

4. Решите уравнение

$$x^4 - 3x^2 + 2 = 0$$

5. Решите неравенство  $x - 1 > \frac{x^2}{x+1}$ .

6. Решите уравнение

$$|x^2 - 6x + 7| = x - 1$$

7. Найдите область определения  $D_x$  функции

$$y = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x - 2}}$$

8. Решите уравнение

$$\sqrt{8^x} = 2^{x+1}$$

9. Найдите производную функции  $y = 2\sqrt{x^5}$  в точке  $x_0 = 1$ .

10. Найдите уравнение прямой линии, симметричной прямой линии  $y = x + 1$  относительно прямой линии  $x = 1$ .

11. Решите неравенство

$$\frac{2}{x - \sqrt{x}} < 1$$

12. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + 2y = 5, \\ \log_2 x + \log_2 y = 1. \end{cases}$$

13. Найдите площадь треугольника, ограниченного линиями  $y = 2|x|$  и  $y = 3 - x$ .

14. Сколько существует двузначных четных чисел, которые при делении на 3 дают в остатке 2?

15. Решите неравенство

$$\log_{2x-1} x \geq \log_{2x-1} 2$$

16. Найдите наибольшее значение функции  $y = 9^x - 4 \cdot 3^x$  на промежутке  $[0; 2]$ .

17. Решите уравнение

$$\sqrt{\cos x} = \sqrt{\cos 2x}$$

18. Определите периметр равнобедренного треугольника, основание которого равно 5, а радиус вписанной окружности равен 1.

19. Найдите объем конуса, если площадь его полной поверхности равна  $8\pi$ , а площадь основания равна  $\pi$ .

20. При каких значениях параметра  $a$  наименьшее значение функции  $y = x - a\sqrt{x} + 2$  на промежутке  $[1; 4]$  отрицательно?

Публикацию подготовили  
И.Комарчев, Е.Подсытанин, С.Преображенский