Между завтраком и обедом – подготовка к бою

Летунов Сергей – Москва,
Мамонтов Александр – Москва,
Носик Данил – Магнитогорск,
Оникиенко Александр – Харьков,
Харин Максим – Иваново,
Чувилин Кирилл – Рыбинск.

Похвальные грамоты получили

Атемасов Алексей (Харьков), *Кокарев Владимир* (Минск), *Малеева Софья* (Снежинск), *Низов Сергей* (Кострома), *Разумовский Роман* (Иваново), казанцы *Гафиатуллина Динара* и *Немлий Игорь*, кировчане *Кислицын Евгений* и *Лугинин Иван*, а также москвичи *Быстров Антон*, *Гельфер Борис*, *Девятов Ростислав*, *Кондакова Анна*, *Кононов Андрей*, *Курышев Алексей*, *Лущенко Никита*, *Милановский Георгий*, *Меледин Александр*, *Москва Владимир*, *Петров Андрей*, *Рагулина Кира*, *Сальников Николай*, *Семейко Александр*, *Тихомиров Александр*, *Чалкина Наталья* и *Щепочкин Дмитрий*.

В командном зачете победила команда Харькова. Дипломами второй степени были отмечены команды Кирова и Снежинска, третьей степени – команды лицея «Вторая школа» (Москва) и Набережных Челнов.

Книги для призов победителям, помимо журнала «Квант», предоставили МЦНМО (директор И. В. Ященко), МИРОС (А. М. Абрамов) и Фонд математического образования и просвещения (С.И.Комаров и В.М.Имайкин).

Познакомимся с некоторыми задачами турнира.

Задачи

1. Клетчатый прямоугольник 2×3 можно сложить из 17 спичек, как показано на рисунке 1. Какие размеры может иметь клетчатый прямоугольник, аналогично составленный из 1000 спичек?

А.Шаповалов

2. Какое наибольшее количество диагоналей клеток шахматной доски можно провести так, чтобы никакие две из них не имели ни одной общей точки?

И.Акулич

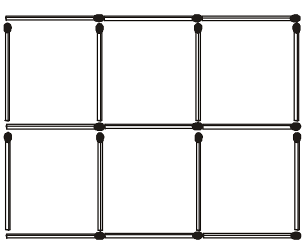

Рис. 1

3. Можно ли первые 2001 натуральных чисел расставить по кругу так, чтобы каждое число делилось на разность своих соседей?

С.Токарев

4. В каждой клетке доски размером 16×30 сидит по жуку. Могут ли жуки перелететь на доску размером 15×32, в каждую клетку по жуку, чтобы жуки, бывшие соседями на исходной доске, оказались соседями и на новой доске? (Соседи – жуки, сидящие в клетках с общей стороной.)

И.Жук

Победители турнира – команда Харькова и ее руководитель С.А.Лифиц

5. Натуральное число разрешено увеличить на любое целое число процентов от 1 до 100, если при этом получаем натуральное число. Найдите наименьшее натуральное число, которое нельзя при помощи таких операций получить из числа 1.

А.Шаповалов

6. В некоторой куче монет настоящих больше, чем фальшивых. Все настоящие монеты весят одинаково. Любая фальшивая монета отличается по весу от настоящей. Можно использовать чашечные весы, владелец которых после каждого взвешивания забирает себе в качестве арендной платы любую (выбранную им) монету из двух только что взвешенных. Докажите, что можно выделить хотя бы одну настоящую монету и оставить ее себе.

С.Токарев

Решения

1. Пусть из спичек сложен прямоугольник высотой m и шириной n спичек. Тогда горизонтально расположенных спичек $n(m+1)$, а вертикально расположенных – $m(n+1)$. Уравнение

$$mn+n+mn+m=1000$$

можно преобразовать, домножив обе его части на 2 и прибавив по 1, к уравнению

$$(2m+1)(2n+1)=2001.$$

Поскольку $2001=3\cdot23\cdot29$, по сути осталось рассмотреть три случая: $(2m+1;2n+1)=(3;667)$, $(23;87)$ или $(29;69)$. Им соответствуют значения $(m;n)=(1;333)$, $(11;44)$, $(14;34)$.

2. На рисунке 2 проведены 36 диагоналей. Докажем, что больше 36 не бывает. Для этого рассмотрим синие точки рисунка 3. Один из концов любой диагонали – синий. Поэтому диагоналей не больше, чем синих точек, т.е. не больше 36.