

**Упражнение 2.** Покажите, что и более сложные частицы (см. рис.7,б и в) не приводят к изменению сопротивления вакуума.

Итак, полезный вывод: наличие частиц мы можем игнорировать!

**Мир растений**

– Все нетривиальные схемы – это схемы, у которых каркас выделенных проводников содержит точки входа и выхода. Давайте такие каркасы называть растениями. Этот мир очень богат и сложен и содержит все виды электрических цепей. Например, самый общий случай – полная цепь с различными проводимостями между узлами – есть по нашей терминологии разросшееся разноцветное дерево.

– Да, оказывается прикосновение к входу и выходу червато не только на практике, но и в теории.

– Совершенно верно. Но наша цель – не анализ всех возможных случаев, а проверка принципа простоты. Частично мы в нем уже убедились – полные схемы не представляют труда для расчета. Давайте теперь рассмотрим почти полную цепь и убедимся, что расчет вполне остается нам по силам.

На рисунке 9 изображены три простейших растения: перемычка, элементарное растение и два элементарных растения. Найдем сопротивления этих цепей. Если

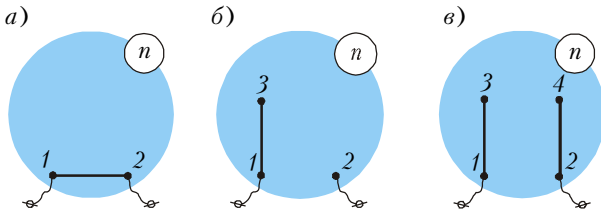


Рис.9. Три схемы растений: перемычка, элементарное растение, два элементарных растения

в предыдущем разделе мы удаляли особенные узлы, то теперь давайте попробуем другой прием – удаление вакуумных (регулярных) узлов. Вот что получается.

В случае перемычки можно удалить все узлы, кроме входа и выхода. На рисунке 10,а показано, что останется после такого удаления. Пунктирная линия соответ-

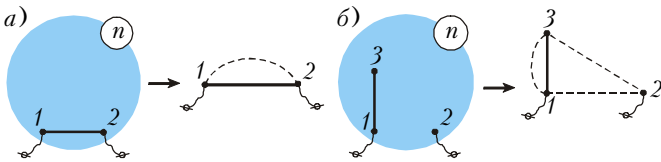


Рис.10. После удаления регулярных узлов получаются простейшие схемы

ствует вакуумной проводимости  $n$ -мерного вакуума после удаления  $(n - 2)$  узлов, толстая жирная линия напоминает, что из этой проводимости следует вычесть  $\sigma_0$ , которую мы «забыли» включить в исходной схеме между узлами 1 и 2. Поэтому для перемычки получим

$$\sigma_{\text{пер}} = \frac{n}{2} \sigma_0 - \sigma_0 = \frac{n - 2}{2} \sigma_0.$$

В случае элементарного растения после удаления вакуума останутся три узла (рис.10,б). Пунктирная линия обозначает проводимость  $n$ -мерного вакуума с исключенными  $(n - 3)$  узлами, жирная – отрицательную проводимость  $-\sigma_0$ . Так что исключение всех регулярных узлов приводит нас к схеме с тремя узлами и проводимостями между ними, равными

$$\sigma_{1,2} = \sigma_{2,3} = \frac{n}{3} \sigma_0$$

и

$$\sigma_{1,3} = \frac{n}{3} \sigma_0 - \sigma_0 = \frac{n - 3}{3} \sigma_0.$$

Поэтому после удаления третьего узла для проводимости элементарного дерева получим

$$\sigma_{\text{эл}} = \frac{n}{3} \sigma_0 + \frac{\frac{n - 3}{3} \sigma_0 \cdot \frac{n}{3} \sigma_0}{\frac{n - 3}{3} \sigma_0 + \frac{n}{3} \sigma_0} = n \frac{n - 2}{2n - 3} \sigma_0.$$

А в случае двух элементарных растений попробуйте произвести расчет сами и убедитесь в том, что проводимость этой схемы равна

$$\sigma_3 = \frac{n(n - 2)}{2(n - 1)} \sigma_0.$$

**Окончательный ответ**

– Пожалуй, теперь нам по силам решить изначальную задачу не только для трехмерного куба, но и для  $N$ -мерного.

– А мы  $N$ -мерный куб не видели!

– А его никто не видел. Обычно объектам присваивается статус  $N$ -мерного для особого шика, если просматривается какая-то аналогия с реальными трехмерными или двумерными объектами. Например, каркас обычного куба – это электрическая схема с  $2^3$  узлами. Поэтому электрическую схему с  $2^N$  узлами мы можем с полным правом назвать  $N$ -мерным кубом.

Обобщаем дальше. Номера восьми вершин трехмерного куба в двоичной системе счисления можно записать так:  $0 - (0,0,0)$ ,  $1 - (0,0,1)$ , ...,  $7 - (1,1,1)$ . Тогда, если у нас есть цепь с  $2^N$  узлами, мы можем каждому из них поставить в соответствие двоичный  $N$ -разрядный номер:  $0 - (0,0, \dots, 0)$ , ...,  $(2^N - 1) - (1,1, \dots, 1)$ . По аналогии с трехмерным единичным кубом, эти наборы из  $N$  нулей и единиц можно назвать координатами вершин единичного  $N$ -мерного куба. Отрезок, соединяющий  $i$ -ю и  $k$ -ю вершины, будем называть ребром, если его «длина», вычисленная по теореме Пифагора через « $N$ -мерные координаты»:

$$l = \sqrt{(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2 + \dots + (z_i - z_k)^2},$$

равна единице. А если эта величина для каких-то двух вершин будет иметь максимально возможное значение  $\sqrt{N}$ , то мы будем говорить, что эти вершины лежат на главной диагонали.