

ланса между излученной и поглощенной энергией.

13. При втекании порции газа в сосуд окружающий газ совершает над ней работу, которая идет на повышение внутренней энергии газа в сосуде и приводит к росту его температуры. Однако через достаточно большой промежуток времени температура выравнивается.

14. Температура газа будет уменьшаться за счет перехода части внутренней энергии газа в кинетическую энергию струи.

15. Вода одновременно будет кипеть и замерзать.

16. Нет. Для передачи звуковых волн нет среды.

17. Из-за диффузии газа из трубки длина свободного пробега электронов увеличивалась бы, а напряжение зажигания уменьшалось.

18. Чтобы избежать рассеяния частиц на молекулах, входящих в состав воздуха.

19. Да. Поскольку изменится оптическая разность хода лучей, определяемая показателем преломления среды.

20. В веществе скорость света меньше, чем в вакууме.

Микроопыт

От нити лампы к руке тепло передается излучением, не требующим наличия какой-либо промежуточной среды.

Кинематика и векторы

1. $\alpha_{1,2} = \arctg \frac{\operatorname{tg} \varphi \pm \beta \sqrt{\operatorname{tg}^2 \varphi + 1 - \beta^2}}{1 - \beta^2}$, где $\beta = \frac{v}{c}$.

2. $\alpha \approx \frac{4\pi R}{vT} \approx 0,02$, $\alpha \approx 1^\circ$.

3. $L_{\min} = L \sin \alpha \cdot \frac{v_1}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos \alpha}}$;

$\tau = \frac{L(v_2 - v_1 \cos \alpha)}{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos \alpha}$.

4. $v_0 = \sqrt{\left(\frac{L}{t}\right)^2 + \left(\frac{gt}{2}\right)^2} \approx 7,8 \text{ м/с}$; $\alpha = \arctg \frac{gt^2}{2L} \approx 50^\circ$.

5. Считая, что при броске на максимальную дальность лучшие результаты составляют примерно $L_{\max} = 30 \text{ м}$, получаем

$H_{\max} = \frac{L_{\max}}{2} \left(1 - \left(\frac{l}{L_{\max}}\right)^2\right) \approx 8,3 \text{ м}$.

6. $v_{02} = \sqrt{v_{01}^2 + \left(\frac{gL}{v_{01} \sin \alpha}\right)^2 - 2gL \operatorname{ctg} \alpha}$;

$\beta = \arctg \frac{2v_{01}^2 \sin^2 \alpha}{2gL - v_{01}^2 \sin 2\alpha}$. Отметим, что $\operatorname{tg} \beta > 0$ при условии

$2gL > v_{01}^2 \sin 2\alpha$.

7. $s_2 = 1,5 s_1 = 21 \text{ м}$.

Московский государственный университет им.М.В.Ломоносова

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. 6. *Указание.* Запишите уравнение в виде

$f(x) = f(\sqrt{3x+18})$,

где $f(t) = 3t - 2|t - 2|$. Функция f возрастает на всей числовой прямой, так что исходное уравнение равносильно такому:

$x = \sqrt{3x+18}$.

2. $x \in (-3; 7)$, $x \neq \pm 2 \pm \sqrt{6}$, $x \neq \pm 2$. *Указание.* Неравенство равносильно системе

$$\begin{cases} (\lg(7-x) - \lg(x+3))^2 > 0, \\ x \neq -2, \quad x \neq 2 \pm 2\sqrt{6}. \end{cases}$$

3. 450/17; 255/8; 960/17. *Указание.* Докажите, что $\triangle CFD$ равнобедренный, BC – касательная к окружности, а треугольники BCF и CDF подобны. Подобны также и треугольники ACF и DBC .

4. Да; $C = 9/2$. *Указание.* Пусть

$f(x) = \left(\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2\right)^2 = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} \cos\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right) + 4 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$,

$g(x) = A \cos(x + \varphi) + B \sin(2x + \psi) = A \sin\left(x + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) + B \cos\left(2x + \psi - \frac{\pi}{2}\right)$.

Ясно, что $h(x) = f(x) + g(x) = \frac{9}{2}$ при всех x , если $A = -4$,

$B = \frac{1}{2}$, $\varphi = -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}$, $\psi = \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{3}$.

Наоборот, если $h(x) = \operatorname{const}$, то при всех x выполняются равенства

$h(x) - h(x + \pi) = 2\left(A \cos(x + \varphi) + 4 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right) = 0$,

$h(x) - h\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 2\left(B \sin(2x + \psi) - \frac{1}{2} \cos\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right)\right) = 0$,

откуда

$h(x) = 4 \frac{1}{2} + 0 + 0 = \frac{9}{2}$.

5. $\frac{169}{5292} \sqrt{187}$.

Заметим, что плоскость, проходящая через точку M пересечения диагоналей грани $ACC'A'$ и делящая объем призмы пополам, обязательно проходит через середину N ребра BB' : действительно, если она проходит через точку N , то делит призму на две симметричные относительно оси MN части, а если нет, то, пересекая грань $ACC'A'$ по некоторому отрезку KL (рис.4),

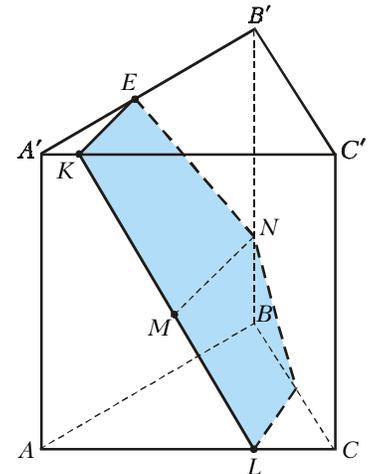


Рис. 4

она не может делить призму на равновеликие части, так как это уже делает плоскость KLN .

Таким образом, секущая плоскость перпендикулярна грани $ACC'A'$ и может пересекать эту грань либо по отрезку K_1L_1 (рис.5,а), либо по отрезку K_2L_2 (рис.5,б), где

$\alpha = \angle AMD$, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \alpha = \frac{4}{5}$,

$AH = \frac{4}{13}$, $AM = \frac{5}{14}$,